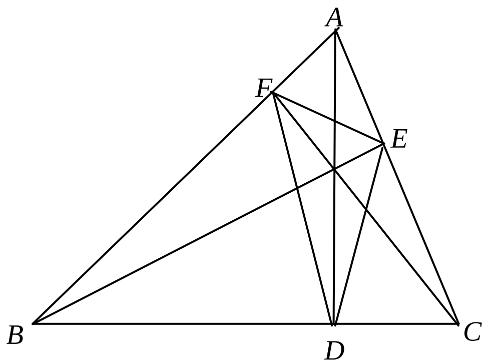
國立高雄師範大學數學系 104 學年度大學甄選入學

【數學能力鑑定】考試時間: 9:30 ~ 11:00

1)(20 分)如下圖，在銳角ΔABC中，AD、BE、CF分別為三邊BC、AC、AB上的高。設ΔABC的內切圓、外接圓半徑分別為r、R，ΔEDF與ΔABC的周長分別為l_1、l_2。求證：$\dfrac{l_1}{l_2}=\dfrac{r}{R}$。



2)(20 分)已知 ΔABC 的外接圓之面積為25π，令a, b, c分別為ΔABC的三個頂點A, B, C所對應的邊長。如果 $a^2+b^2=c^2$, 且$\sin A$及$\sin B$分別是方程式 $(m+5)x^2-(2m-5)x+12=0$（其中 $m>0$）的二根，試求m, a, b, c的值。

3)(15 分)設a, b, c分別為ΔABC的邊長，且S表示其面積，試證：

$a^2+b^2+c^2\geq 4\sqrt{3}S$

4)(15 分)設正整數n恰有 144 個正因數且其正因數中有 10 個連續正整數，已知 49 為n的因數，求n的最小值為何？

5)(15 分)若$x=\log_5 a$且x滿足$\log_5(5^x+100)=\dfrac{x}{2}+1+2\log_5 2$，試求$a$的值。

6)(15 分)若$\bar{a},\bar{b}$為三維空間的向量，試證明

$$|\bar{a}|^2|\bar{b}|^2-(\bar{a}\cdot\bar{b})^2\leq|\bar{a}||\bar{b}||\bar{a}-\bar{b}|^2$$