國立羅東高級工業職業學校 112 學年度專任教師甄試 數學科 試題卷

一、填充題（請在答案紙上作答，每一題 5 分，共 100 分）:

1. $x=\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}+\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$ ，求 $x(x^2-3)$ 之值為_____ $2\sqrt{2}$ ______。

2. 平面上三向量 $\overrightarrow{a}=(2,3)$，$\overrightarrow{b}=(1,k)$，$\overrightarrow{c}=(4,5)$ ，若 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 方向上之正射影與 $\overrightarrow{c}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 方向上之正射影相同，求 k 之值為______ $k=-1$ _____。

3. $\triangle ABC$ 中， $\sin A:\sin B:\sin C=3:5:7$，求 $\cos A:\cos B:\cos C=$_____ $13:11:(-7)$ ______。

4. 化簡：$1+(1+r)+(1+r+r^2)+\cdots+(1+r+\cdots+r^{n-1})=$ $\begin{cases}\frac{1}{1-r}\left(n-\frac{r(1-r^n)}{1-r}\right), & r\neq 1\\ \frac{n(n+1)}{2}, & r=1\end{cases}$ 。

5. 袋中有 2 顆紅色球、3 顆白色球、5 顆黃色球，每次從袋中取出 1 球，取後不放回，求紅色球最先取完的機率為_____ $\frac{18}{35}$ ______。

6. 計算 $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{1+2+\cdots+n+(n+1)}-\sqrt{1+2+\cdots+n})$ 之值為____ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _______。

7. 計算 $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{1+k^2+k^4}$ 之值為_____ $\frac{1}{2}$ ______。

8. 將橢圓 $\Gamma_1:\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 以原點為中心，依逆時針方向旋轉 60° 得到橢圓 Γ_2 ，求橢圓 Γ_2 的方程式為______ $13x^2+2\sqrt{3}xy+15y^2=48$ ______。

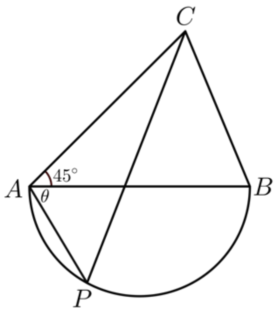
9. 求橢圓 $\Gamma:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 上任一切線在第一象限被 x 軸、y 軸截出之線段長的最小值為_____ 5 _____。

10. $A=\{(x,y)\mid(1-x)^2\le y\le 1-x^2\}$ ，若對所有 $(x,y)\in A$ ，$x+y$ 之最大值為 M 、最小值為 m ，求數對 $(M,m)=$____ $(\frac{5}{4},\frac{3}{4})$ _______。

11. 正四面體 $ABCD$ 之稜長為 a，P 點為正四面體 $ABCD$ 內部任意點，求 P 點到正四面體 $ABCD$ 四個面的距離之和為_____ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ ______。

[背面尚有試題]

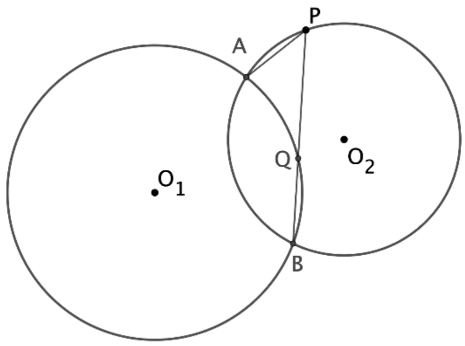
12. 正四面體 $ABCD$，已知 A, D 兩點在直線 $L_1:\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=0\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$ 上，B, C 兩點在直線 $L_2:\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$ 上，則四面體 $ABCD$ 的體積為____$\frac{1}{3}$_______。



13. $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=45^\circ$，$\overline{AB}=\overline{AC}=1$，$P$ 為以 $\overline{AB}$ 為直徑的半圓上一點，如右圖所示，$\angle PAB=\theta$，當 $\theta=\theta_0$ 時 $\triangle APC$ 有最大面積 M，求數對 $(\theta_0, M)=$____$(\frac{\pi}{8}, \frac{\sqrt{2}}{8}(1+\sqrt{2}))$_______。

14. A 為三位正整數 B 為四位正整數，且 $B>8000$，若 $\log B$ 的尾數為 $\log A$ 的尾數的 3 倍，則 $A=$ _____210______。

送分 15. 如右圖，圓 O_1、O_2 交於 A、B 兩點，P 在 O_2 上 $\angle APB=60^\circ$、$\overline{AP}=3$、$\overline{PB}$ 交 O_2 於 Q 且 $\overline{PQ}=8$，圓 O_1、O_2 半徑的比值為____$\frac{7}{3}$_______。



16. $\sin^2 9^\circ+\sin^2 36^\circ+2\sin 9^\circ\cdot\sin 36^\circ\cdot\sin 45^\circ=$______$\frac{1}{2}$_______。

17. 若 1 , 2 , 3 , 4 ,……,999998 , 999999 , 1000000 這一百萬個正整數中，各位數字和不大於 10 的正整數有 k 個，例如：3211 就是其中一個，因為 $3+2+1+1=7\le 10$。則 k 的值為_____8002_______。

18. $(7242409)^{10}$ 除以 101×102 的餘數為_____1327______。

19. 解方程式 $2x^6-3x^5+4x^4-3x^3+4x^2-3x+2=0$，得到的 6 個根中，落在複數平面第一象限的所有根為_______$\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$，$\frac{3+\sqrt{7}i}{4}$______。

送分 20. 解方程式 $\sqrt[3]{(10+x)^2}+\sqrt[3]{(3+x)^2}=\sqrt[3]{(10+x)(3+x)}+7$，則 $x=$____-2 or -11_______。