國立屏東高級中學112學年度正式教師甄試數學科筆試試題卷 第1頁/共兩頁

注意：1. 請依題號依序作答

2. 填充題請自行標註題號，並填上正確答案，不需計算過程

3. 計算題詳列計算過程，只寫答案不予計分

一、填充題（共10題，每題6分，共60分）

1. 設 a 為正整數且 $1<a<10^5$，若 a 的各位數字和為12，求這樣的 a 共有多少個？_______。

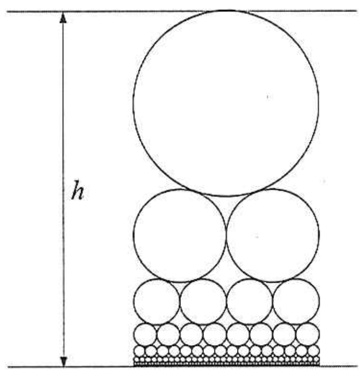
2. 設 $A(0,1,2)$，$B(-1,2,1)$，$C(1,0,1)$為空間中的三點，則$\triangle ABC$ 的垂心坐標為_______。

3. 四邊形 $ABCD$ 中，兩對角 $\angle A=\angle C=90^\circ$，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BC}+\overline{CD}=k$，$(k>0)$且$\angle ADC=60^\circ$，求四邊形 $ABCD$ 的周長為_______。（以 k 表示）

4. 設 a，b 為正整數，已知$3^a+81=b^4$，求$a^2+b^2=$_______。

5. 從 $1,2,3,\dots,n$ 的正整數中任意取出89個不同的數，使得這89個數中一定有兩個數的差等於11，求 n 的最大值為_______。

6. 如右示意圖（不一定標準），第一層（最上層）圓半徑為10，第二層後每一層的圓均相切且半徑為上一層的一半，又上層下層的圓均相切，如果依此原則往下繼續畫無限多層的圓，試求 h 值_______。



7. 已知空間中三相異平面方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=0\\a_2x+b_2y+c_2z=0\\a_3x+b_3y+c_3z=0\end{cases}$有一解為$(3,-1,2)$，

而今另有三個平面方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\a_2x+b_2y+c_2z=d_2\\a_3x+b_3y+c_3z=d_3\end{cases}$有一解為$(6,2,0)$，

則此聯立方程式$\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\a_2x+b_2y+c_2z=d_2\\a_3x+b_3y+c_3z=d_3\end{cases}$的解為_______。

（背面還有試題）

8. 已知有兩組資料x、y，其y對x的迴歸線方程式為$y=28+\frac{2}{5}x$，且$\mu_x=60$，另有兩組資料p、q，且$p=-\frac{1}{2}x+8$，$q=\frac{1}{4}y-7$，若q對p的迴歸線方程式為$q=a+bp$，

求數對$(a,b)=$____________。

9. 設實係數多項式函數$f(x)=x^3+9x^2+8x+5$，若$f(s)=42$，$f(t)=28$，其中s與t皆為實數，

求$s+t=$________。

10. x為實數，$y=\log_2\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)$有最大值$M$及最小值$m$，則$8^{M-m}=$________。

二、計算證明題（共5題，每題8分，共40分）

11. 設a_1,a_2,a_3,a_4,a_5為正整數，已知$a_1<a_2<a_3=a_4<a_5$，且滿足下列性質：

(1) $\sum_{i=1}^{5}a_i$為完全平方數，且$\sum_{i=1}^{5}a_i^2=2344$，

(2) a_5也為完全平方數且是a_3的2倍，

求a_1+a_5？

12. 設$x,y>1$，且$x+y+\frac{2}{x-1}+\frac{2}{y-1}-2\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}\right)=0$，求$x,y$之值?

13. 設a為實數，已知$\left[a+\frac{19}{100}\right]+\left[a+\frac{20}{100}\right]+\ldots+\left[a+\frac{85}{100}\right]=500$，求$[100a]$之值為多少？

（符號$[x]$為不超過x的最大整數）

14. 正五邊形頂點依順時針方向依序為$OABCD$，其中O為原點，$A(-4,2)$，求C點坐標。

15. $-\frac{2}{3}\le x\le\frac{7}{2}$，求$(3x+2)^3(7-2x)^2$的最大值。

（試題結束）

國立屏東高級中學 112 學年度正式教師甄試數學科筆試參考答案

一、填充題（共 10 題，每題 6 分，共 60 分）

1	2	3	4	5	6
1745	$(0,1,3)$	$\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)k$	43	176	$10+20\sqrt{2}$
7	**8**	**9**	**10**		
$\begin{cases} x=3t+6 \\ y=-t+2\ ,\ t\in R \\ z=2t \end{cases}$	$\left(\frac{8}{5},-\frac{1}{5}\right)$	-6	729		

二、計算證明題（共 5 題，每題 8 分，共 40 分）

11. 設 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 為正整數，已知 $a_1<a_2<a_3=a_4<a_5$，且滿足下列性質：

(1) $\sum_{i=1}^{5} a_i$ 為完全平方數，且 $\sum_{i=1}^{5} a_i^{\ 2}=2344$，

(2) a_5 也為完全平方數且是 a_3 的 2 倍，

求 a_1+a_5？

【參考解答】48

12. 設 $x,y>1$，且 $x+y+\frac{2}{x-1}+\frac{2}{y-1}-2\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}\right)=0$，求 x,y 之值?

【參考解答】$x=y=3$

13. 設 a 為實數，已知 $\left[a+\frac{19}{100}\right]+\left[a+\frac{20}{100}\right]+\ldots+\left[a+\frac{85}{100}\right]=500$，求 $[100a]$ 之值為多少？

（符號 $[x]$ 為不超過 x 的最大整數）

【參考解答】745

14. 正五邊形頂點依順時針方向依序為 $OABCD$，其中 O 為原點，$A(-4,2)$，求 C 點坐標。

【參考解答】$\left(-2+\sqrt{5+2\sqrt{5}},1+2\sqrt{5+2\sqrt{5}}\right)$

15. $-\frac{2}{3}\le x\le\frac{7}{2}$，求 $(3x+2)^3(7-2x)^2$ 的最大值。

【參考解答】$\frac{9375}{2}$