

新北市公立高級中等學校 112 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算證明題 3 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市公立高級中等學校 112 學年度教師聯合甄選  
數學科試題

一、填充題：共10題，每題7分。

1. 求方程式 $\log_{\sqrt{5}}(3^x + 4^x) = \log_2(5^x - 3^x)$ 的所有解 $x$ 共有多少個？（註：若無解，則解的個數為0）
2. 在 $3 \times 3$ 的格子中，選出5格，使得沒有任3顆連一直線（包含直、橫、斜）的方法數？
3. 在空間中的單位球 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上，試問 $xy + yz$ 的值，最大是多少？
4. 三邊長都是相異整數，且周長小於15，這樣的三角形有幾個？
5. 已知 $p, q$ 為質數，且 $s = pq$ ，而且 $\frac{1}{s} + \frac{1}{p} = \frac{3}{q}$ ，試求 $p + q + s$ 之值。
6. 兩數列 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ ，滿足 $a_1 = 2, b_1 = 1$ ，且 $a_{n+1} = 5a_n + 3b_n + 7$ ， $b_{n+1} = 3a_n + 5b_n$ ， $n \in \mathbb{N}$ ，試求 $a_n$ 的一般式。
7. 試問 $(1 + 2 + \dots + 2023) - (2024 + 2025 + \dots + 4046)$ 除以9的餘數為何？
8. 方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根為 $\alpha, \beta$ 且方程式 $x^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 $\frac{1}{\alpha}, \beta$ 。若 $ab = 2$ ，求 $(b + 1)(c + 1)$ 之值為何？
9.  $ABCD$ 為平行四邊形且點 $E, F$ 分別落在 $AB, BC$ 邊上。若 $\Delta AED$ 的面積等於7、 $\Delta EBF$ 的面積等於3、 $\Delta CDF$ 的面積等於6。則 $\Delta DEF$ 的面積為何？
10. 求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(3n)!}{(n!)^3}}$ 的值。

二、計算證明題：共 3 題，每題 10 分。

1. 若方程式  $x^3 + 2x^2 + 3 = 0$  之三根為  $\alpha, \beta, \gamma$ ，求  $\left| \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right) \left( \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\gamma} \right) \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\alpha} \right) \right|$  之值為？

2. 證明，任意四個整數，皆可以找到一個順序，經由加減乘除，得到 24 的倍數。

(例如：3, 4, 5, 6，可以  $(5 - 3) \times (4 \times 6) = 48$  為 24 的倍數。)

3.  $a, b, c$  皆正，且  $a + b + c = 3$ ，試證

$$\frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1} \geq \frac{3}{2}$$

新  
聞  
稿  
專  
用

新聞稿專用