

新北市立國民中學 111 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

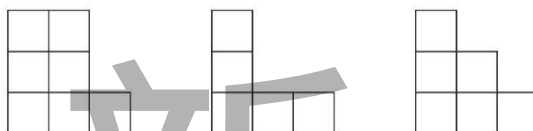
新聞稿專用

新北市立國民中學 111 學年度教師聯合甄選試題
數學科

選擇題：共 40 題，總分 100 分。每題 2.5 分

1. 一個二位正整數的質因數分解中恰有 4 個質數，且這 4 個質數和為最大可能，則此數最接近下面哪一個數？（例如： $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 中恰有 4 個質數，其和為 $2 + 2 + 3 + 3 = 10$ 。）
 - (A) 98
 - (B) 95
 - (C) 92
 - (D) 89
2. 若實數 x 滿足 $(x-111)^2 + (x-115)^2 = 100$ ，則 $(x-111)(x-115) = ?$
 - (A) 43
 - (B) 42
 - (C) 41
 - (D) 40
3. 試問有多少組整數數對 (a, b) 滿足 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{180}$ ？
 - (A) 6
 - (B) 7
 - (C) 8
 - (D) 9
4. 下面哪一個數最大？
 - (A) 3^{23}
 - (B) 5^{14}
 - (C) 8^{11}
 - (D) 11^9
5. 若實係數二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足 $f(1) = f(9) > f(10)$ ，則下列哪一選項是正確的？
 - (A) $f(3) < f(8)$
 - (B) $f(0) < f(11)$
 - (C) $b^2 > 4ac$
 - (D) $ab < 0$

6. 某立體由一些單位方塊推砌而成，其上視圖、前視圖、右視圖如下所示。



- (A) 9
(B) 10
(C) 11
(D) 12
7. 滿足下面哪一個絕對值不等式的整數解的個數最少？
- (A) $|x - 4| \geq |x + 5|$
(B) $|13x - 2| \geq |6x + 3|$
(C) $|3x - 5| \geq |8x - 2|$
(D) $|14x + 9| \geq |3x - 1|$
8. 考慮平面直角座標系上的一些點 (x, y) ，其中 x 和 y 都是整數而且 $|x| \leq 3$ 、 $|y| \leq 3$ 。在這些點中任取相異兩點，共會有幾種不相同的長度？
- (A) 26
(B) 27
(C) 36
(D) 49
9. 若正 $n+1$ 邊形的一個內角比正 $n-1$ 邊形的一個內角多 2 度，則 $n = ?$
- (A) 20
(B) 19
(C) 17
(D) 15
10. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 中每連續四項的和均為 55。若 $a_8 = 3, a_{22} = 15, a_{31} = 18$ ，則 $a_{101} = ?$
- (A) 3
(B) 15
(C) 18
(D) 19

11. 空間中兩平面如果相交，會有兩個夾角，我們指的是銳角的那一個。平面 $x + 2y + 3z = 4$ 和下面哪一個平面的夾角最大？

- (A) $3x + 2y = 1$
- (B) $2y + z = 2$
- (C) $3x + z = 3$
- (D) $2x + y + z = 4$

12. 若兩正數 a, b 滿足 $\begin{cases} a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = 50 \\ a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = 25 \end{cases}$ ，則 ab 之值為何？

- (A) 25
- (B) $10\sqrt{5}$
- (C) $15\sqrt{5}$
- (D) $20\sqrt{5}$

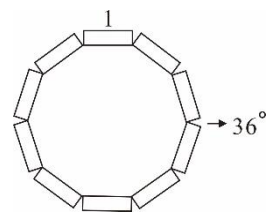
13. 使得二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 4x + 3y = a \\ 3x + 6y = b \end{cases}$ 的解 (x, y) 滿足 $x + y$ 為整數的正整數 a, b 中， $2a + b$ 的最小可能值為多少？

- (A) 7
- (B) 9
- (C) 11
- (D) 13

14. 設 x 與 y 均為整數。若四數 $x + 2, 2x + 1, y, 8x - 101$ 依序形成一等比數列，則 y 之值為何？

- (A) -25
- (B) -18
- (C) -11
- (D) -7

15. 下圖是用 10 塊長方體磚塊砌成一近似圓形的牆面，每塊長方體的長邊為 1 單位，相鄰兩塊磚之間固定夾 36° 角，試問此近似圓形牆面內部所能容納最大圓形的半徑是多少單位？



- (A) $2\tan 18^\circ$
- (B) $2\cot 18^\circ$
- (C) $\frac{\tan 18^\circ}{2}$
- (D) $\frac{\cot 18^\circ}{2}$

16. 某銷售公司的固態硬碟 (SSD) 是委由 A, B 兩家工廠所製造，其中 60% 是由 A 廠生產，另 40% 是由 B 廠生產。根據統計， A 廠生產的硬碟中有 5% 是瑕疵品，而 B 廠生產的硬碟中有 3% 是瑕疵品。若公司抽驗發現到瑕疵的硬碟，則該硬碟是由 A 廠生產的機率為何？

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{5}{7}$
- (C) $\frac{2}{5}$
- (D) $\frac{3}{5}$

17. 若某直角三角形有一股長為 7，且其內切圓的面積為 4π ，則此三角形的面積為何？

- (A) $\frac{70}{3}$
- (B) $\frac{71}{3}$
- (C) $\frac{77}{3}$
- (D) $\frac{78}{3}$

18. 連續投擲一個公正的骰子三次，第二次的點數大於其它兩次的機率最靠近下面哪一個百分比？

- (A) 22%
- (B) 23%
- (C) 24%
- (D) 25%

19. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 12, \overline{BC} = 13, \overline{AC} = 14$ ，且 B 在 \overline{AC} 上的垂足點為 D 。若 E 為 \overline{BC} 的中點， F 為 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{DF} = 6$ ，則 \overline{EF} 的長度為何？

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

20. 某校 7 個班各派出 2 位學生組成學生會。若要從這 14 位學生中任選出 4 位參加校務會議，則這 4 位會議代表都來自不同班級的機率為何？

- (A) $\frac{63}{143}$
- (B) $\frac{80}{143}$
- (C) $\frac{83}{143}$
- (D) $\frac{101}{143}$

21. 某飾品店有 A, B 兩種限量飾品促銷，其中 A 飾品有 3 件、 B 飾品有 4 件。現有甲、乙、丙、丁四人來店購買，已知每人同一種飾品至多購買一件，又知每一種飾品至少有一人購買，則他們購買飾品的方式有多少種？

- (A) 182
- (B) 196
- (C) 210
- (D) 240

22. 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式函數，滿足 $(x+1)f(x)$ 除以 x^3+x^2+x+1 的餘式為 x^2-1 。若 $f(0)=1$ 且 $f(-1)=0$ ，則 $f(1)=?$

- (A) 6
- (B) 7
- (C) 8
- (D) 9

23. 坐標平面上，有兩定點 $A(1,0), B(1,2)$ 。若點 C 在 y 軸上移動，則 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ 的最大值為何？

- (A) 2
- (B) $2\sqrt{2}$
- (C) $2\sqrt{3}$
- (D) $1+\sqrt{2}$

24. 全校 300 名學生某次考試的國文成績 X 與英文成績 Y 有正相關，其關係可用迴歸直線 $Y=a+b(X-65)$ 表示，且相關係數為 $r_{XY}=0.75$ 。已知全校國文的平均分數為 65 分、標準差 9 分，而英文的平均分數為 50 分、標準差 12 分，則 $a+b=?$

- (A) 51
- (B) 53
- (C) 55
- (D) 57

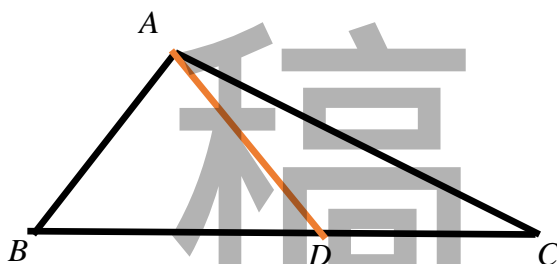
25. 坐標平面上有一拋物線 $y = x^2 - 2x - 3$ 。一質點自 $A(0, 1)$ 出發，到達 x 軸上某一點 B 後，再到拋物線對稱軸上的點 C ，最後到達點 $D(0, 3)$ 。試問此質點所走的最短路徑的長度為何？

- (A) 4
- (B) $3\sqrt{2}$
- (C) $2\sqrt{5}$
- (D) $2\sqrt{6}$

26. 若分數 $\frac{10^{21} + 111}{10^7 + 5}$ 化成小數後的整數部分為 m ，則 m 除以 100 的餘數為何？

- (A) 24
- (B) 25
- (C) 26
- (D) 27

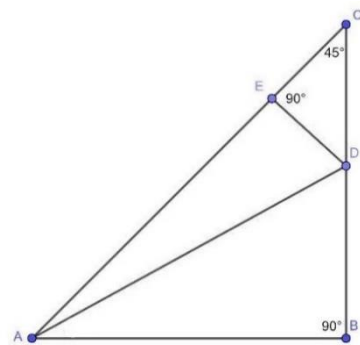
27. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 2\angle C$ ，且 \overline{BC} 上一點 D 滿足 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。若 $\angle BAD = 72^\circ$ ，則 $\angle CAD = ?$



- (A) 25°
- (B) 26°
- (C) 27°
- (D) 28°

28. 如右圖，已知 $\angle ABD = \angle DEC = 90^\circ$ 、 $\angle BAD = 30^\circ$ 、 $\angle DCE = 45^\circ$ 、 $\overline{AD} = 40$ 。則 $\overline{AE} - \overline{DE}$ 的值最接近下面哪一個數？

- (A) 22
- (B) 24
- (C) 26
- (D) 28



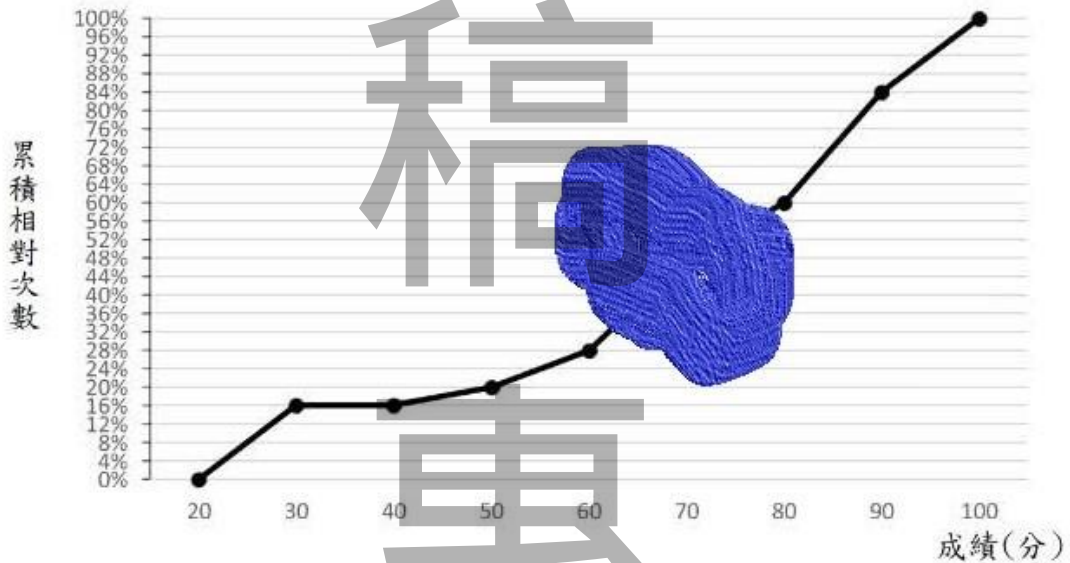
29. 已知三角形 ABC 的三邊長 $\overline{AB} = 68$ 、 $\overline{AC} = 76$ 、 $\overline{BC} = 92$ 。在此三角形內部找一點 B' 使得 BB' 為 $\angle B$ 的角平分線，且 $\angle AB'B = 90^\circ$ ；並在此三角形內部找另一點 C' 使得 CC' 為 $\angle C$ 的角平分線，且 $\angle AC'C = 90^\circ$ 。則 $\overline{B'C'}$ 長度為何？

- (A) 24
- (B) 25
- (C) 26
- (D) 27

30. 有一個直圓錐，其底面圓的半徑和其高等長。請問做哪一種變換後，所產生的新直圓錐的側表面積最大？

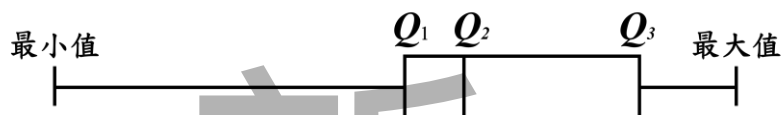
- (A) 底半徑不變，高變為原來的 2.5 倍
- (B) 底半徑變為原來的 1.5 倍，高不變
- (C) 底半徑變為原來的 1.1 倍，高變為原來的 2 倍
- (D) 底半徑不變，高增長使得側面展開的扇形角度變為原來的 $\frac{1}{1.9}$ 倍

31. 下圖是某校某次段考學生數學成績的累積相對次數折線圖，中間有一部分被墨水塗汙，只知道 90~100 分的有 80 人，70~80 分的人占全校的 23%，請問 60~70 分的有多少人？



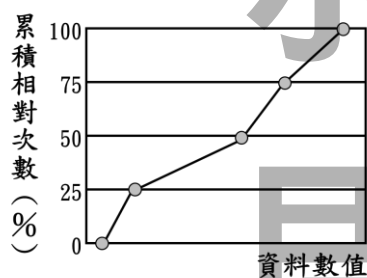
- (A) 23
- (B) 28
- (C) 45
- (D) 60

32. 已知某群資料的盒狀圖如下所示。

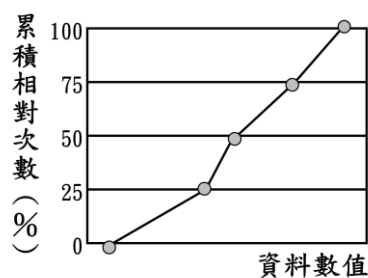


請問這群資料的累積相對次數分配折線圖最有可能是下列哪一個圖形？

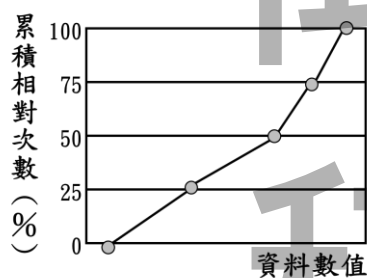
(A)



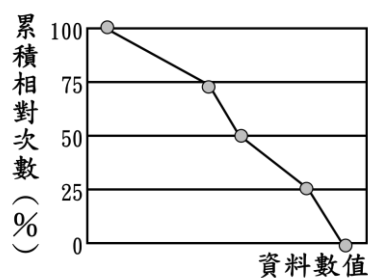
(B)



(C)



(D)



33. 三次函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x - 10$ 的圖形與直線 $x + ay = 2 + 4a$ 交於 (b_1, c_1) 、 (b_2, c_2) 、 (b_3, c_3) 三點，則 $b_1 + b_2 + b_3 + c_1 + c_2 + c_3$ 為下面哪一個數？

(A) 18

(B) 21

(C) 24

(D) 27

34. 在斜率為正、且同時和兩圓 $(x + 7)^2 + y^2 = 25$ 與 $(x - 6)^2 + y^2 = 100$ 相切的直線上，一個點以下面哪一個數為 x 坐標時，其 y 坐標會是整數？

(A) 12

(B) 8

(C) 4

(D) 0

35. 某校共有 1000 名學生，某次段考數學成績公布之後，已知男生和女生各自的平均成績及變異數，則在下面哪一種情況下，全校的變異數最小？
- (A) 男生共 400 人，平均 87 分，變異數 18；女生平均 89 分，變異數 12
(B) 男生共 500 人，平均 89 分，變異數 15；女生平均 88 分，變異數 15
(C) 男生共 600 人，平均 85 分，變異數 12；女生平均 87 分，變異數 18
(D) 男生共 700 人，平均 82 分，變異數 9；女生平均 86 分，變異數 21
36. 在一個地球儀表面上，由一點沿著緯線往東移動到另一點，哪一種移動距離最長？
- (A) 由東經 100° 北緯 60° 沿著緯線往東移動到東經 135°
(B) 由東經 100° 北緯 45° 沿著緯線往東移動到東經 125°
(C) 由東經 100° 北緯 30° 沿著緯線往東移動到東經 120°
(D) 由東經 100° 赤道上沿著赤道往東移動到東經 117°
37. 在邊長為 7 的正方形區域內找三點 A 、 B 、 C ，其內積 $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ 的最小可能值最接近下面哪一個數？
- (A) -24.11
(B) -24.33
(C) -24.55
(D) 24.77
38. 地震強度為芮氏規模 Q 所釋放的能量 E (焦耳) 滿足 $\log E = 4.8 + 1.5Q$ 。2011 年東日本大地震的規模為 9.1，1999 年集集大地震的規模為 7.3，試問前者釋放的能量約為後者釋放的能量多少倍？
- (A) 200
(B) 300
(C) 400
(D) 500
39. 如果二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A^3 = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$ 與 $A^5 = \begin{bmatrix} 11 & 10 \\ -10 & -9 \end{bmatrix}$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ 為下面哪一個值？
- (A) 18
(B) 21
(C) 23
(D) 26

40. 通過 x 軸上點 $(4, 0)$ 與拋物線 $y = x^2$ 上點 $(12, 144)$ 的直線 L 、 x 軸、拋物線 $y = x^2$ ，它們圍成區域的面積為何？

- (A) 33
- (B) 34
- (C) 35
- (D) 36

新聞稿專用

新聞稿專用