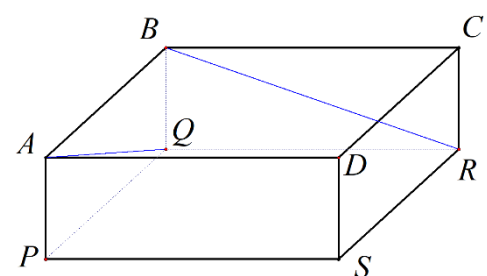


-----分-----隔-----線-----

第一部分填充題:每題 4 分，共 28 分。

1. 全班 42 人搭遊覽車出遊，每位同學事先都安排好座位，上車就坐時，同學依序排隊進入車廂，找好自己的位子，大華第一位進入車廂，他昨晚沒睡好，腦袋昏沉的隨便找一個位子坐，如果他坐到別人的位子(比如阿花)，阿花就得隨機找一個位子坐下，已知全班只有大華有“沒睡好”的問題，那麼第 4 位進入車廂的同學坐到自己座位的機率為\_\_\_\_\_。
2. 假設  $[ ]$  為高斯記號(說明：例如  $[a]$  表示小於或等於實數  $a$  的最大整數)，請求出方程式  $x^2 - 12[x] + 11 = 0$  的所有解\_\_\_\_\_。
3. 設  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$  為方程式  $x^4 + 13x^3 + 17x^2 + 6x + 1 = 0$  的四個根，求  $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\delta^2}$  的值為\_\_\_\_\_。
4. 設  $0 \leq x \leq \pi$ ，求  $1 + \sqrt{\sin x} - \sqrt{x} = \cos 2x + 2x^2$  的實根個數\_\_\_\_\_。
5. 設地球為空間中一球體。今以地球球心為原點，地球半徑為單位長，建立一個直角坐標系。若地球表面上有甲、乙、丙三地，甲、乙的坐標分別為  $(1,0,0)$  及  $(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ，而丙地位於甲乙兩地之間最短的路徑上，且甲丙路徑長為乙丙路徑長的 2 倍，求丙地的坐標\_\_\_\_\_。

6. 已知一個長方體  $ABCD - PQRS$  (如下圖所示)，若在兩線段  $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BR}$  上分別取兩點  $M$ 、 $N$ ，使得兩直線平行  $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{PC}$ ，請求出兩線段  $\frac{\overline{MN}}{\overline{PC}}$  的比值\_\_\_\_\_。



-----分-----隔-----線-----

7. Suppose the demand for a product is given by  $p = d(q) = -0.8q + 150$  and the supply for the same product is given by  $p = s(q) = 5.2q$ . For both functions,  $q$  is the quantity and  $p$  is the price, in dollars. Find the producer surplus at the equilibrium price.

第二部分填充題: 每題 6 分, 共 36 分。

8. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = 2$ ,  $a_{n+3} = 5a_{n+2} - 7a_{n+1} + 3a_n$  ( $\forall n \geq 1$ ), 求  $a_{50}$  為幾位數\_\_\_\_\_。
9. 假設小明每天記錄天氣情況, 若沒下雨則記為  $S$ , 下雨則記為  $R$ 。如果某幾天紀錄為 SSRSSSRRRRSSSRSSS, 則連續下雨天的次數為 3, 此時我們記為  $r=3$ 。請注意, 即使兩天沒下雨只夾一天下雨, 那個下雨天也視為 1 次連續下雨。若二月份中, 有 16 天下雨且 12 天沒下雨, 求  $r=5$  時所有可能排列個數\_\_\_\_\_。  
(答案請計算出來, 不得用符號表示)
10. 設  $\sqrt{-1} = i$  且複數  $z$  和  $w$  滿足  $|z| = 3$  及等式  $zw + \frac{1}{2}wi = 3i - \frac{1}{2}\bar{w}i + z$ , 其中  $\bar{w}$  為  $w$  的共軛複數。  
令  $\left|w - \frac{1}{2}\right|$  的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ , 求數對  $(M, m) =$ \_\_\_\_\_。
11. 求雙曲線  $-x^2 + y^2 = 1$  及兩直線  $x = 1$ 、 $x = \sqrt{3}$  所圍封閉區域面積\_\_\_\_\_。

-----分-----隔-----線-----

12. 桃園高中 80 周年慶，師生想利用 8 個 8 組成一個校運昌隆數作為紀念，經過討論後決定以  $8888^{8888}$  作為此校運昌隆數。將此校運昌隆數展開後的各位數字和令為 A，再將 A 的各位數字和令為 B，求 B 的各位數字和為\_\_\_\_\_。

13. 如下圖，三角形  $ABC$  中，三線段  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  有一個共同交點  $O$ ，若

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} = 4$  且  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 37$ ，請求出  $\overline{OA} \times \overline{OB} \times \overline{OC}$  之值\_\_\_\_\_。

