

數學二試題

(本份試題共 20 題, 皆為填充題, 請將每題最後的答案填在答案卷相對應的題號空格內,

每題 5 分, 共 100 分)

1. 比 200 小的正整數中, 有_____個正整數含有奇數個正因數。
2. 設 n 是一個四位數, 並設 q, r 分別為 n 除以 92 的商數及餘數。試求有_____個 n 值使得 $q + r$ 可被 13 整除。
3. 梯形 $ABCD$ 中, $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{BD} = 8$, $\angle DBA = 19^\circ$, 且 $\angle BDC = 38^\circ$ 。若 $\overline{BC} : \overline{AD} = 7 : 3$, 則 $\overline{CD} =$ _____。
4. 有_____個整數 x 使得三邊長 12, 25, x 的三角形的三個角皆為銳角。
5. 設 $E(n) =$ 整數 n 之各位數字中偶數之和,
例: $E(14872301) = 4 + 8 + 2 + 0 = 14$, 試求 $E(1) + E(2) + \dots + E(200) =$ _____。
6. 有 2 個正立方體的六面公正骰子, 其中一個骰子的六個面上標記 2, 4, 6 各有二面, 另一個骰子的六個面上標記 1, 3, 5 各有二面。試問投擲這二個骰子一次, 它們朝上的二個面數字和為 9 的機率 = _____。
7. 若 $n = 2^p \cdot 3^q \cdot 5^r$ (p, q, r 為整數且 $0 \leq p \leq 3, 0 \leq q \leq 2, 0 \leq r \leq 1$), 將所有可能的 n 自小至大排列得一數列 $\langle a_1, a_2, a_3, \dots, a_k \rangle$, 求 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_k} =$ _____。

8. 化簡 $\sqrt{2021 \sqrt{2020 \sqrt{2019 \sqrt{2018 \dots 111 \sqrt{110 \times 108 + 1} + 1 \dots + 1 + 1 + 1 + 1}}}}$

得一整數值為_____。

9. 設A, B, C為 $y = x^2$ 圖形上的相異三點，使得 \overline{AB} 平行x軸。若 $\triangle ABC$ 為直角三角形且面積為2021，求C點的y座標_____。

10. 設A(0,0)，B(1,2)，C(4,4)，D(5,0)為平面上四點，四邊形ABCD被通過點A的一條直線將面積平分，則此直線與 \overline{CD} 的交點座標為_____。

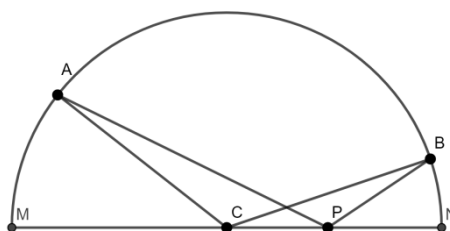
11. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中a, b, c是整數。若 $f(1) = 0$ ， $60 < f(7) < 70$ ， $80 < f(8) < 90$ ，求 $f(100) =$ _____。

12. 四個正整數a, b, c, d的乘積是8!且滿足
$$\begin{cases} ab + a + b = 524 \\ bc + b + c = 146 \\ cd + c + d = 104 \end{cases}$$

求序對(a, b, c, d)=_____。

(註： $8! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 8$)

13. 如圖(一)，已知C為圓心， \overline{MN} 為直徑的半圓，若 $\angle CAP = \angle CBP = 13^\circ$ ， $\widehat{MA} = 38^\circ$ ，求 \widehat{BN} 的度數為_____。



(圖一)

14. 9個半徑都是1的球被包裝在一正立方體內，其中一個球的球心位於正立方體的中心點上，而其它的球均與中心球相切且與正立方體的3個面相切，則此正立方體的邊長為_____單位長。

15. 已知一個四邊形邊長依序為70,90,130,110，該四邊形外切於一圓且內接於另一圓，若內切圓之一

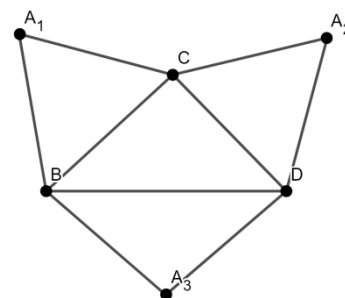
切點將長度為130之邊分為x與y二線段長($x < y$)，則 $x:y =$ _____。(最簡整數比)

16. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 31$ ， $\overline{AC} = 30$ 且 $\overline{BC} = 29$ ，若 I 為各內角平分線的交點，則 $\overline{BI} =$ _____。

17. 如圖(二)， $\overline{BD} = \sqrt{3}$ ， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ ， $\overline{CD} = \overline{A_1B} = \overline{A_1C} = \overline{A_2C} = \overline{A_2D} = \overline{A_3B} = \overline{A_3D} = 1$ ，將外圍三個

三角形向上摺，使得 A_1, A_2, A_3 重合在A點，

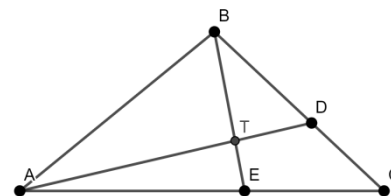
則A點到底面BCD的距離為_____。



(圖二)

18. 如圖(三)，在 $\triangle ABC$ 中，D，E分別在 \overline{BC} ， \overline{AC} 上。若 \overline{AD} ， \overline{BE} 交於T，且 $\frac{\overline{AT}}{\overline{DT}} = 3$ ， $\frac{\overline{BT}}{\overline{ET}} = \frac{17}{7}$ ，

求 $\frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} =$ _____。



(圖三)

19. 設 α, β 是方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ 的二根，若 $\alpha^{2021} - \beta^{2021} = m$ 且 $\alpha^{2018} - \beta^{2018} = n$ ，

則 $\alpha^{2019} - \beta^{2019}$ 之值為_____。(用m,n表示)

20. 根據選舉罷免法規定，罷免的條件有兩個階段的連署，連署通過後再經由投票決定罷免結果，其規定如下：

第一階段：提議（百分之一選民簽署）

第二階段：連署（十分之一選民簽署）

第三階段：投票（有效同意票數大於不同意票數，且同意票數達原選舉區選舉人總數四分之一(含)以上，即為通過。）

今有某選區的一位受爭議的民意代表罷免案已進入投票階段，已知該選區罷免案選舉人總數為294976人。假設沒有無效票（廢票），若同意罷免案的投票數大於不同意罷免案的投票數，但仍無法通過此罷免案，則投票率必定小於_____%。