

國立新竹科學園區實驗高級中等學校 110 學年度 第一次教師甄選 試題卷

甄選科別：高中數學科教師

考試科目：數學科專業知識與教材教法

\*說明：本試題分為：填充題，8 題，佔 40 分；計算與證明題，7 題，佔 60 分；共計 100 分。

\*以下為試題：

一、填充題：8 題，每題 5 分，共計 40 分；只需寫出答案即可，全對才給分。

1、已知一單位圓圓  $O$ ，且  $\triangle ABC$  為圓  $O$  之內接正三角形。若  $P$  為圓  $O$  上一動點，則  $\overline{PA} \times \overline{PB} \times \overline{PC}$  的最大值為何？

2、已知集合  $S = \{1, 2, 3, \dots, 2021\}$ ，試求： $S$  的子集中，元素和是奇數的集合有多少個？

3、已知  $\{a_n\}$  為一等比數列，前  $n$  項和為  $S_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ )，且滿足  $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{2}{a_3}$  與  $S_6 = 63$ 。

若  $b_n$  是  $\log_2(a_n)$  與  $\log_2(a_{n+1})$  的等差中項，試求數列  $\{(-1)^n b_n^2\}$  的前  $2n$  項和為何？

4、已知一連續函數  $f(x)$ ，若  $\int_x^{x+1} f(t) dt = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ ，求  $f(x) =$  \_\_\_\_\_。

5、如果  $n$  是一個正整數，當  $n$  是偶數時，定義  $n!! = n \times (n-2) \times (n-4) \times \dots \times 2$ ；

當  $n$  是奇數時，定義  $n!! = n \times (n-2) \times (n-4) \times \dots \times 1$ 。比如說， $8!! = 8 \times 6 \times 4 \times 2 = 384$ ，

$9!! = 9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1 = 945$ 。求所有使得  $n!!$  整除  $2022!!$  的正整數  $n$  的個數。

6、如果一個  $2 \times 2 \times 2$  的立方體的一面被染了色(其他面都沒有染色)，然後將立方體切成 8 個  $1 \times 1 \times 1$  個小立方體，將這 8 個小立方體隨機的組成一個  $2 \times 2 \times 2$  的立方體。

求新的立方體的 6 個面都沒有任何顏色的機率？

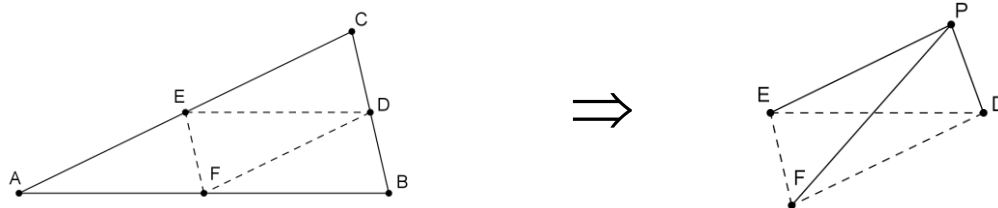
7、已知數列  $\{a_n\}$  為一正數數列，其前  $n$  項總和  $S_n$  滿足： $(S_n)^2 = \sum_{k=1}^n (a_k)^3$ ，試求：

數列  $\{a_n\}$  的前 109 項之總和  $S_{109}$  為何？

8、已知一個等腰三角形  $ABC$ ，其中  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ ，今依序在  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$

上取各邊中點  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，分別將  $\triangle AEF$ 、 $\triangle BDF$ 、 $\triangle CDE$  沿著  $\overline{EF}$ 、 $\overline{DF}$ 、 $\overline{DE}$  折起來，

使  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點重合在  $P$  點形成一個四面體  $P-DEF$  (如下示意圖)，則此四面體  $P-DEF$  的體積為\_\_\_\_\_。



國立新竹科學園區實驗高級中等學校 110 學年度 第一次教師甄選 答案卷

甄選科別：高中數學科教師

考試科目：數學科專業知識與教材教法

一、填充題：8 題，每題 5 分，共計 40 分；只需寫出答案即可，全對才給分。

1	2	2	$2^{2020}$	3	$2n^2$	4	$x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$
5	1517	6	$\frac{1}{16}$	7	5995	8	$\frac{5\sqrt{10}}{4}$