

高雄中學教師甄試試題

1. 已知 n 為自然數, $n \leq 2007$, 求滿足 $(\sin \theta + i \cos \theta)^n = \sin n\theta + i \cos n\theta$ 的 n 有幾個?
2. 已知 m 為整數且 $m^2 + m + 7$ 為完全平方數, 求所有可能的 m 值。
3. $\theta \in \mathbb{R}$, 設 $\frac{\cos \theta + 1}{2 \sin \theta - 3}$ 之最小值為 m , 最大值為 M , 求數對 $(m, M) = ?$
4. 試求 $3x^2 - 10xy + 3y^2 + 20x - 12y - 8 = 0$ 的焦點坐標。
5. 已知一半徑為5公分的球卡在一三角形框上, 此三角形框的邊長分別為13公分, 14公分, 15公分, 求球心到三角形框所在的平面的距離。
6. $\cot 18^\circ \cot 24^\circ \cot 36^\circ \cot 84^\circ = ?$
7. 已知 2^{-19} 可寫成有限小數 $0.a_1a_2 \cdots a_n \cdots a_m$ (小數點後共有 m 個數字), a_n 表示小數點後第 n 位開始不為0的數字, a_m 為有限小數的最後一個數字, 求 $(n, a_n, m, a_m) = ?$
8. 已知 P 為圖形 $y = \sqrt{x^2 + 2}$ 上一點, 令 A, B 兩點坐標分別為 $(2,0)$ 及 $(0,-2)$, 求 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 之最小值。
9. 7-11超商推出4款迪士尼造型公仔, 消費者只要購物滿77元即可隨機得到一個公仔, 試問蒐集到全部公仔的個數期望值為何?(即平均需拿到幾個, 才能蒐集到全部的公仔?)
10. 已知 $x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{10000}}$, $[x]$ 表不大於 x 的最大整數, 則 $[x] = ?$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = ?$
12. 設 a, b, c 為三相異之整數, 試證: 不存在一整係數多項式 $f(x)$ 同時滿足 $f(a)=b, f(b)=c, f(c)=a$ 。

13. 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$, $\angle B$ 及其個別對邊 a , b 滿足 $\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$, 試問此三角形為何種三角形。
14. 若四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形, 已知 $\overline{AB} = a, \overline{BC} = b, \overline{CD} = c, \overline{DA} = d$, 若 $a+c=b+d$, 證明此四邊形面積為 \sqrt{abcd} 。