

2019 年第三屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT11

考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - (1) 單選題：
 - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答案。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - (2) 選填題：
 - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，沒有倒扣或部份給分。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
 - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、穿戴式裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2019 年臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT 11

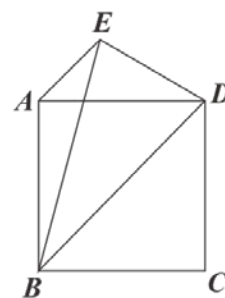
單選題

1. 若 a 為 $\sqrt{32}$ 的小數部分，則 $\sqrt{2}$ 的小數部分為下列哪一個選項？
- (A) a (B) $\frac{a}{4}$ (C) $4a-1$ (D) $4a-\frac{5}{4}$ (E) $\frac{a+1}{4}$
2. 若 $\log_n 3=5$ ，則 $\log_{27} n = ?$
- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) 1 (E) $\frac{5}{3}$
3. 坐標平面上有一圓 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=36$ 與一直線 $L:4x+3y+4k=0$ ， k 為整數。已知圓 C 與直線 L 交於相異兩點，則所有可能的整數 k 有 _____ 個。
- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) 10
4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + 2, \text{當 } n \text{ 為偶數} \\ a_n = a_{n-2} + 4, \text{當 } n \text{ 為奇數} \end{cases}$ ，若 $a_1 = 19$ ，則 $a_{108} = ?$
- (A) 231 (B) 233 (C) 235 (D) 237 (E) 239
5. 若不等式組 $\begin{cases} \left| x + \frac{1}{3} \right| \geq 3 \\ |x - a| \leq 1 \end{cases}$ 的解為 $\frac{8}{3} \leq x \leq 4$ ，則 $a = ?$
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
6. 將甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 個人分成四組，每組至少 1 人。若甲、乙、丙三人均不同組，則分法共有幾種？
- (A) 20 (B) 157 (C) 175 (D) 256 (E) 265

7. 右圖中，四邊形 $ABCD$ 是邊長為 2 的正方形， $\overline{BD} = \overline{BE}$ ，且 $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ 。

則 $\sin(\angle DBE) = ?$

- (A) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$



8. 坐標平面上有三點 P, Q, R ，其極坐標分別為 $P[2, 120^\circ]$ ， $Q[r, 150^\circ]$ ， $R[\sqrt{6}, 195^\circ]$ 。若 P, Q, R 三點共線，則 r 值為 _____。

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ (E) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中，三頂點 A, B, C 的對邊長分別為 a, b, c 。若 $a \cos C, b \cos B, c \cos A$ 成等差數列，且 $ca = 4\sqrt{3}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少？

- (A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$

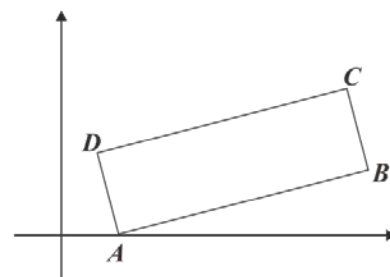
10. 某汽車工廠生產汽車的總成本為 y (萬元)，且其汽車產量為 x (台)，經計算後發現兩者之間的關係為 $y = 8000 + 30x - 0.1x^2$ ($0 < x < 400$)。若每台汽車的售價為 50 萬元，則考慮在不虧本 (銷售收入不小於總成本) 的情況下，該工廠最低產量是多少台？

- (A) 140 (B) 200 (C) 250 (D) 270 (E) 300

11. 如圖，一矩形 $ABCD$ ，邊長 $\overline{AB} = 3\overline{BC}$ ，頂點 A 在正 x 軸上，直

線 AB 的斜率為 $\frac{1}{4}$ ，則直線 AC 的斜率為何？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{7}{11}$
 (D) $\frac{8}{11}$ (E) $\frac{3}{4}$



12. 已知 $A(2,3,2)$ 、 $B(0,0,1)$ 、 $C(0,4,5)$ 為坐標空間中三點，則 $\cos \angle BAC = ?$

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{1}{6}$ (E) $-\frac{1}{7}$

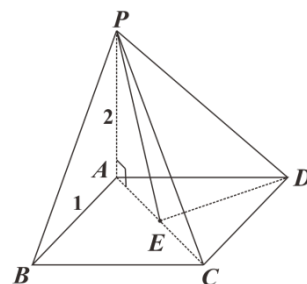
13. 某駕駛在一段長途的開車旅程中，沿途依序會經過 15 個休息站，此人想從中選 3 個站停靠休息，且決定第一次休息前至少(含)要先通過 3 個休息站，之後第二、第三次休息也都要分別通過至少(含)2 個休息站後才能再停靠休息，請問他有多少種不同選擇停靠休息站的方法。

- (A) 52 (B) 53 (C) 54 (D) 55 (E) 56

14. 如圖，四角錐底面 $ABCD$ 為正方形，且 \overline{PA} 垂直平面 $ABCD$ ，點 E 為 \overline{AC}

中點，若 $\overline{PA} = 2$ 、 $\overline{AB} = 1$ ，則四面體 $P-ECD$ 的體積為 _____。

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$
 (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$



15. 甲乙兩人各自抽了一個正整數，他們各自看了自己抽到的正整數，卻不知道對方抽到的數是多少，當他們得知兩人抽到的兩數乘積不是 27 就是 81 後，以下是他們按順序的對話。

- (1) 甲先對乙說：我不知道你抽到的數是多少。
- (2) 乙再對甲說：我也不知道你抽到哪一個數。
- (3) 然後甲又對乙說：我現在知道你抽到的是哪一個數了。
- (4) 最後乙對甲說：原來你抽到的數是我抽到的數的倍數。

如果甲、乙兩人按順序說的推理內容都正確，請問甲、乙兩人所抽的兩數之和為多少？

- (A) 12 (B) 18 (C) 28 (D) 30 (E) 82

| |
|-----|
| 選填題 |
|-----|

1. 有一筆數值統計資料，依序為 9、10、12、19、20、21、23、25、28 共 9 個，若刪去其中一數後，可使算術平均數變小但是中位數變大，則刪去的數為 _____。
2. 試問多項式 $(3x^3 + 4x^2 + 1)(2x^3 + 3x^2 + x + 1)^2$ 乘開後， x^7 項的係數為 _____。
3. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，若 $f(1) = -2$ 、 $f(-2) = 4$ 、 $f(3) = -6$ 、 $f(4) = 82$ ，則 $f(0) =$ _____。
4. 設 x 、 y 為正實數，若 $(x+2)(y+3) = 96$ ，則 xy 之最大值為 _____。
5. 若二階方陣 A 滿足 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則當 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 時， $a - b - c + d =$ _____。
6. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 外有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = (3, 6)$ 及 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ 。設 A, P 連線交 \overline{BC} 於 M ，若 $\overrightarrow{AM} = (a, b)$ ，則 $100a + b =$ _____。
7. 設 a 為整數。二次不等式 $x^2 - 8x + a \leq 0$ 恰有 5 個整數解，則所有滿足條件 a 之總和為 _____。
8. 摸彩箱中有 50 顆球，每顆球都有不同的正整數編號(不一定從 1 開始，可能跳號)，其中 2 的倍數有 30 顆，3 的倍數有 28 顆，5 的倍數有 10 顆，沒有 10 的倍數，也沒有 15 的倍數，則 6 的倍數最少有 _____ 顆。

9. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$ ，且 $x > 0$ ，若 $x^3 = a + b\sqrt{c}$ ，其中 a, b, c 為正整數且 c 不能被任何質數的平方所整除，則 $100a + 10b + c =$ _____。
10. 將 24 顆相同的糖果全分給小明、小華、小英。每個人都要有糖果，且小明拿到奇數顆，則共有 _____ 種不同的分法。
11. 坐標平面上，設 $O(0, 0)$ ， $P(x, y)$ ，若 $\overrightarrow{OP} = (3\alpha + 2\beta, \alpha + 5\beta)$ ， $0 \leq \beta \leq \alpha \leq 1$ ，則 $4x + y$ 之最大值為 _____。
12. 坐標空間中，已知直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-1}$ 與直線 $L_2: \begin{cases} 2x - 3y - z = 10 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$ 相交於 A 點，若 A 點坐標為 (p, q, r) ，則 p, q, r 三數之積為 _____。
13. 坐標平面上有一 $\triangle ABC$ ， B 點為原點。已知直線 AB 、 BC 、 CA 的斜率分別為 7 、 $-\frac{1}{7}$ 、 3 ，若 \overline{AC} 的中點為 D ， \overline{BD} 的斜率為 $-\frac{p}{q}$ (其中 p 、 q 為互質的正整數)，則 $p+q$ 之值為 _____。
14. 假設年底某直轄市市長大選前，某一家新聞媒體公布最新民意調查資料如下：
- | 選民政黨傾向 | 占選民的百分比 | 支持候選人甲之百分比 | 支持候選人乙之百分比 | 支持其他候選人之總百分比 |
|---------|---------|------------|------------|--------------|
| A 黨 | 28% | 20% | 70% | 10% |
| B 黨 | 34% | 60% | 20% | 20% |
| 無特定政黨傾向 | 38% | 40% | 30% | 30% |
- 若已知一位民調受訪者支持候選人甲，則該位受訪者為無特定政黨傾向的機率為 $\frac{m}{n}$ ，其中 m 與 n 為互質的正整數，則 $m+n$ 之值為 _____。

15. 如圖，把連續的自然數按照圖中的規則填入。例如：圖 4 中最右上角的數字為 16，最左下角的數字為 10。試問當最右上角的格子中的數與最左下角的格子中的數之和為 146 時是第 _____ 張圖。

| |
|---|
| 1 |
|---|

圖 1

| | |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 3 |

圖 2

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 9 |
| 2 | 3 | 8 |
| 5 | 6 | 7 |

圖 3

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 4 | 9 | 16 |
| 2 | 3 | 8 | 15 |
| 5 | 6 | 7 | 14 |
| 10 | 11 | 12 | 13 |

圖 4

參考公式：

(一) 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

(二) $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$

$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$

(三) 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

(四) $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

(五) 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高