國立基隆女子高級中學108學年教師甄選數學科考試試題

一、填充題：(每格5分；共80分)

1. 三次實係數多項式$f(x)$，已知$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=10$，且曲線$\Gamma: y=f(x)$圖形的反曲點為$(-1,-4)$，若曲線$\Gamma$在點$(1,f(1))$的切線方程式為$L: y=g(x)$，請計算由曲線$\Gamma$與切線L所圍成區域的面積為______。

2. 設數列$\langle a_n\rangle$滿足$a_0=10$，$a_n=\frac{10a_{n-1}-77}{a_{n-1}-8}$，$n=1,2,3,\cdots$，求$a_n$的一般項為______。

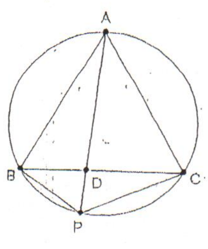
3. 已知$x\in R$，設$f(x)=4\times(4^x+4^{-x})-21\times(2^x+2^{-x})+25$，將$f(x)$對稱於原點後，再垂直平移$p$格得$g(x)$，且$g(x)$有最大值為$\frac{121}{16}$，求$p$

4. 正數x,y,z滿足方程組$\begin{cases}x^2+xy+\frac{y^2}{3}=25\\ \frac{y^2}{3}+x^2=9\\ z^2+xz+x^2=16\end{cases}$，求$xy+2yz+3xz$為______。

5. 求x^{30}除以$(x+1)^2(x^2+1)$的餘式為______。

6. m個互不相同的正偶數和n個不同的正奇數總和為1987，對於所有這樣的m,n，求$3m+4n$的最大值為______。

7. 如圖，已知圓內接正ΔABC，在劣弧BC上有一點P。若$\overline{AP}$與$\overline{BC}$交於點D，且$\overline{PB}=6,\overline{PC}=10$，則$\overline{PD}$之長為______。



國立基隆女子高級中學108學年教師甄選數學科考試試題

8. 將六個不同球全部放入三個相同箱子中，每個箱子的球數不限，

則方法數有__________種。

9. 自點$P(1,3)$向拋物線$\Gamma: y=-x^2$作切線，則兩切線與Γ所圍封閉區域的面積為__________。

10. 試求方程式$x+\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=\frac{221}{60}$的所有實數解為__________。

11. 設矩陣$A=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}$，則$\sum_{n=1}^{100}A^n$之值為__________。

12. 在坐標平面上，設A,B,C是橢圓$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$上三點，且$\Delta ABC$的重心為$(0,0)$，已知$A$的坐標為$(\frac{3\sqrt{3}}{2},1)$，則$\overline{BC}$的長度為__________。

13. 朱媽媽要將紅色、黃色、黑色、綠色及白色5個球分給3個小朋友，分別是小娟得1個、小明得2個、小芳得2個，小芳不喜歡黑色，希望不要拿到，如果朱媽媽隨意分，求小芳達成此願望的機率為________。

14. 數學老師把上屆6位學長姐的段考平均(x)與學測級分(y)做統計分析，結果如右表，

編　號	1	2	3	4	5	6
段考平均	68	80	80	80	86	a
學測成績	7	9	9	10	12	13

(1)若這6位學長姐的段考平均為80分，試計算段考平均與學測級分兩者的相關係數為________。

(2)老師現在班上有位學生的段考平均是89分，試預測該生的學測級分為_______級分。(請採四捨五入到整數位)

15. 在座標平面上，到直線$x+1=0$之距離是到點$F(1,0)$之距離的兩倍的所有點所形成的圖形是一個橢圓。若此橢圓的焦點坐標為(a_1,b_1)，(a_2,b_2),且$a_1>a_2$，則數對$(a_1,a_2)=$________。

國立基隆女子高級中學108學年教師甄選數學科考試試題

二、計算題：(1題;10分)

1. 若實數(x,y)滿足不等式組$\begin{cases} y \geq |x-2| \\ x-3y+6 \geq 0 \end{cases}$，求$x^2+y^2$的最大值及最小值。

三、證明題：(1題;10分)

1. 設a,b,c都是正數，且$s=a+b+c$。

試證明：$\frac{a^2}{s-a}+\frac{b^2}{s-b}+\frac{c^2}{s-c} \geq \frac{s}{2}$。