108 基隆女中

一、填充題

1. $f(x)$ 為三次多項式，$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=10$，$f(x)$ 的反曲點為 $(-1,-4)$，以 $(1,f(1))$ 作切線 $y=g(x)$ 求 $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 所圍的區域面積。

2. $a_0=10$，$a_n=\dfrac{10a_{n-1}-77}{a_{n-1}-8}$，求 a_n 的一般項。

3. $f(x)=4(x^2+x^{-2})-21(x+x^{-1})+25$，將 $f(x)$ 對稱原點後，再垂直平移 p 單位得 $g(x)$，$g(x)$ 有最大值為 $\dfrac{121}{16}$，求 p。

4. 正數 x,y,z，$\begin{cases} x^2+xy+\dfrac{y^2}{3}=25 \\ x^2+\dfrac{y^2}{3}=9 \\ z^2+xz+x^2=16 \end{cases}$，求 $xy+2yz+3xz$。

5. 求 x^{30} 除 $(x+1)^2(x^2+1)$ 的餘式。

6. m 個相異正偶數與 n 個相異正奇數總和為 1987，求 $3m+4n$ 的最大值。

7. 圓內接正 ΔABC，在劣弧 BC 上取一點 P。若 $\overline{AP}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 D 點，且 $\overline{PB}=6$，$\overline{PC}=10$ 求 $\overline{PD}$。

8. 將 6 個不同的球全部放入到 3 個相同箱子，每個箱子的球數不限，求方法數。

9. 自點 $P(1,3)$ 向拋物線 Γ：$y=-x^2$ 作兩條切線 L_1、L_2，求 Γ 與兩切線 L_1、L_2 所圍的區域面積。

10. 求滿足方程式 $x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{221}{60}$ 的所有實數解。

11. 矩陣 $A=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}$，求 $\sum\limits_{n=1}^{100}A^n$。

108 基隆女中

12. A,B,C 是橢圓：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 上三點，ΔABC 的重心為原點，且 $A(\frac{3\sqrt{3}}{2},1)$，求 $\overline{BC}$。

13. 將紅、黃、黑、綠、白五個球分給甲、乙、丙三人，分別甲得 1、乙得 2、丙得 2，且丙不拿黑，求機率。

14. 二維數據：

(1)求相關係數。

(2)若段考分數 89 分，求預測之學測級分。（四捨五入至整數）

段考分數 X	68	80	80	80	86	86
學測級分 Y	7	9	9	10	12	13

15. 平面中，到直線 $x+1=0$ 的距離為到點 $F(1,0)$ 的距離的兩倍為一橢圓曲線，其兩焦點 (a_1,b_1)，(a_2,b_2) 且 $a_1>a_2$，求 (a_1,a_2)。

二、計算證明題：

1. 若實數 (x,y) 滿足不等式 $\begin{cases} y\geq |x-2| \\ x-3y+6\geq 0 \end{cases}$，求 x^2+y^2 的最大值及最小值。

2. 設 a,b,c 皆為正數，且 $s=a+b+c$，試證：$\frac{a^2}{s-a}+\frac{b^2}{s-b}+\frac{c^2}{s-c}\geq\frac{s}{2}$