臺北市立松山高級工農職業學校

108 學年度代理教師甄選(第 1 招)

【數學科】初試試題

一、　填充題(不需要寫算式，每題 5 分)

1. 獨立地投擲三顆骰子(每一點數出現的機率皆相同)，試問三個朝上的點數能排列成公差為 1 之等差數列的機率為______。

2. 設點 $P(3,1,2)$，平面 E 過點 P 且分別與三軸之正向交於 A、B、C 三點，若點 P 恰為 ΔABC 之重心，則平面 E 的方程式為______。

3. 設 $I=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，$J=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$，試將 $\left(I+\frac{1}{3}J\right)^6$ 化成 $aI+bJ$，其中 a、b 均為實數，則數對 (a,b) 為______。

4. 定積分 $\int_1^3\left(-4+\sqrt{-x^2+2x+15}\right)dx$ 的值為______。

5. 數列 $\langle a_n\rangle$ 滿足 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n+1}{3n+5}=2$，試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{na_n+n^2+n}{4n^2-3n}=$______。

6. 求極限值 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(2x+1)^{10}-20x-1}{x^2}=$______。

7. 設 $f(x)$ 為實係數多項式函數，且 $xf(x)=3x^4+2x^3+x^2+\int_1^x f(t)dt$ 對 $x\geq 1$ 恆成立。則 $f(x)=$______？

8. 一個正立方體任取兩條稜(不論順序)，則取到的這兩條稜可以決定一個平面的取法有多少種______？

9. 求 $\left(\frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}-2}{\sqrt{2}}\right)^4+\left(\frac{\sqrt{11}-\sqrt{7}+2}{\sqrt{2}}\right)^4$ 的值______。

10. 已知 x 的方程式 $x^2-4x-(n^2+6n)=0$ 的二根都是整數，求整數 n 之值______。

11. 設 x、y 為實數，求 $4x^2+(x+2y-6)^2+16y-23$ 的最小值______。

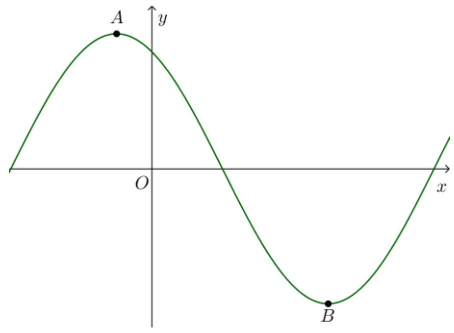
12. 設 a, b, c 為正數，若 $\begin{cases}a^3=abc-5\\b^3=abc+2\\c^3=abc+21\end{cases}$，則 $abc=$______。

13. 求所有的正整數 x, y，使得 6^x+2^y+2 為完全平方數，則數對 $(x,y)=$______。

14. 已知 $-1\leq x\leq 1$，$y=\sqrt{4+\sqrt{3+\sqrt{1+x}}}+\sqrt{4+\sqrt{3+\sqrt{1-x}}}$，求 y 的最大值______。

15. 有一實數數列$\left\{a_n\right\}$，設$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$。若$a_1=9$且$\sqrt{S_{n-1}}+\sqrt{S_n}=a_n$，$n\geq 2$，則$a_{2019}=$______？

16. 右圖為曲線$y=f\left(x\right)=a\sin x+b\cos x+c$的部分圖形，其中$A\left(\dfrac{-\pi}{6},2\right)$、$B\left(\dfrac{5\pi}{6},-2\right)$，且分別為圖形的最高與最低點，則$a+b+c=$____？



二、 問答題(每題 5 分)

以下是本校學生解題時常犯的錯誤，(1)請寫出錯誤之處及正確觀念為何？(2 分)
(2)寫出正確答案(3 分，<u>不需要</u>寫算式)。

1. 已知一無窮等比級數的首項為a，公比為a^2，總和為 1，求a值。

   甲同學的算式為：

   利用無窮等比級數總和公式$S=\dfrac{a_1}{1-r}$得到$1=\dfrac{a}{1-a^2}$

   化簡得$a^2+a-1=0$，利用公式解得兩解$a=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

2. 給定三點$O(0,0),A(2,7),B(8,3)$，過O點作一直線，使得A,B到此直線等距離，求直線方程式。

   乙同學的算式為：

   過O點和$\overline{AB}$平行的直線方程式符合題目所需條件

   計算斜率$m_{\overline{AB}}=\dfrac{3-7}{8-2}=-\dfrac{2}{3}$

   點斜式$y-0=-\dfrac{2}{3}(x-0)$，直線方程式為$2x+3y=0$

三、 教學題(每題 5 分)

1. 請簡述微積分基本定理(不需要證明)。
2. 承上題，就你的教學經驗要”如何講解”以下題目才能讓本校學生理解。(只有算式或答案不予給分)

   已知$F(x)=\dfrac{d}{dx}\left[\int_1^x\left(t^2+1\right)dt\right]$，則$F(1)=$？

一、填充題

1. $\frac{1}{9}$	2. $2x+6y+3z=18$	3. $(1,21)$	4. $-8+\frac{4\pi}{3}+2\sqrt{3}$
5. $\frac{7}{4}$	6. 180	7. $4x^3+3x^2+2x-3$	8. 42
9. $540-176\sqrt{7}$	10. $0,-6$	11. 5	12. 6
13. $(1,3)$	14. $2\sqrt{6}$	15. 4041	16. $\sqrt{3}-1$