桃園市立高級中等學校
108 學年度教師聯合甄選
試題本

桃園市立高級中等學校108學年度教師聯合甄選
委員會

科目：數學科

請聽從監試委員指導

鐘(鈴)響起始可翻面(頁)作答

桃園市立高級中等學校108學年度教師聯合甄選筆試試題

科目：數學科

說明：本試卷共分填充題及計算或證明題二部份。第一部份：填充題占70%；第二部份：計算或證明題占30%。請使用藍色或黑色原子筆或鋼筆書寫填答於「答案卷」上，依題號作答，修正時應使用修正液(帶)。答案卷因考生書寫不清、污損等人為因素導致無法批改，由考生自行負責不得有異議。於試題卷上作答者，不予計分。本試題卷連同答案卷一併交回，違規攜出試場者以零分計算。

第壹部份：填充題 (共14題，每題5分，占70分)
說明：作答時請將答案依照順序寫在答案卷上。

1. 從座標平面上的原點出發，每次隨機上下左右移動一單位，移動6次後停留在座標平面上格子點(2, 0)的機率為__________。

2. 設a, b, c, d為四個相異正整數滿足$d=5a+3b+5c$及$d=4a+5b+4c$。若$131<d<150$，則$a+b+c+d=$ ________ 。

3. 已知數列$\{a_n\}$中$a_1=\frac{4}{7}$，$a_{n+1}=\frac{4a_n}{3a_n+1}$。令$S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$，求使得$S_n<100$成立的最大正整數$n=$________。

4. 若$abc\neq 0$, $a+b+c=0$且$a^3+b^3+c^3=-6$，則$\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ac}+\frac{c^2}{ab}-3abc=$______。

5. 設直線$l: x+2y+1=0$交橢圓$C: \frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$於$A$，$B$兩點，在橢圓$C$上找一點$P$，使得$\Delta ABP$的面積最大，則$P$點座標為_________。

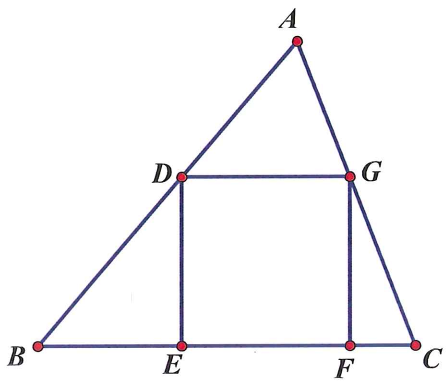
6. 有兩個等腰三角形其邊長分別為a, a, b與b, b, a，其中$a>b$。若這兩個三角形的最小角的度數相等，則$a:b$的比值為_________。

7. 若 f 是一個由非負整數映至非負整數的函數，且對所有的非負整數 m, n 都滿足：
$f(f(m))+f(f(n))=m+n$,
$f(m+n)=f(m)+f(n)$.
則 $f^{-1}(2019)+108=$ ____________ 。

8. 試求曲線 $x+y^2=1$ 與 $2x+y^2=0$ 所圍成的區域面積為________ 。

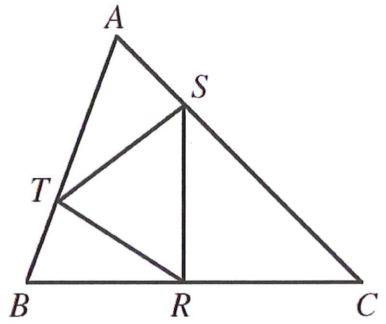
9. 小明與小強練習投籃球，他們兩人總共投了105球，且分別都有投進若干球。若每投進一球可得2分，且知小明投進了他所投球數的 $\frac{1}{3}$ ，小強投進了他所投球數的 $\frac{3}{5}$ ，則他們兩人總共最高可得_________分。

10. 如圖，設 ΔABC 為銳角三角形，四邊形 $DEFG$ 為一個正方形，其頂點 D 在 $\overline{AB}$ 上，頂點 G 在 $\overline{AC}$ 上，頂點 E、F 都在 $\overline{BC}$ 上。若正方形 $DEFG$ 的面積為2019，則 ΔABC 面積的最小值為 _______ 。



11. 設 a, b, c 為正整數，若 $\dfrac{(\frac{a}{c}+\frac{a}{b}+1)}{(\frac{b}{a}+\frac{b}{c}+1)}=12$, 則總共有 _____ 組不同的數組 (a,b,c) 滿足不等式 $a+2b+c\leq 45$ 。

12. 如圖，在ΔABC中點R為$\overline{BC}$的中點；點S在$\overline{AC}$上，滿足$\overline{AS}:\overline{SC}=1:3$；點$T$在$\overline{AB}$上，滿足$\overline{AT}:\overline{TB}=p:q$。若$\Delta RCS$的面積為$a$，$\Delta BRT$的面積為$b$，$\Delta ATS$的面積為$c$，且滿足$b^2=ac$，則$\dfrac{p}{q}=$ ________ 。



13. 空間坐標中，直線L_1與L_2的方程式分別為$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$與$\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-4}{1}$。為了確定空間中某一定點$P$的坐標，從$L_1$的一點$Q_1$偵測得向量$\overrightarrow{Q_1P}=(-2,-2,1)$，再從$L_2$上的點$Q_2$偵測得向量$\overrightarrow{Q_2P}=(2,-4,-1)$，若$P$點的坐標為$(a,b,c)$，則$a+b+c=$ ________ 。

14. 設$ABCD$為圓內接四邊形，$\overline{AC}\perp\overline{BD}$，$\overline{AB}+\overline{CD}=12$，$\overline{BC}+\overline{AD}=13$，則四邊形$ABCD$最大可能的面積為 ________ 。

第貳部份：計算或證明題(共3題，每題10分，占30分。)
說明：作答時請將答案依照順序寫在答案卷上，需詳列過程。

1. 設座標平面上三點$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P_3(x_3,y_3)$，其中x_1，x_2，x_3互異，請用矩陣運算證明恰存在一組a，b，c使得函數$y=ax^2+bx+c$的圖形通過P_1，P_2，P_3三點。

2. 考慮單位圓內接正n邊形，由此正n邊形之某頂點連接其他$n-1$個頂點，得出$n-1$條線段，試求此$n-1$條線段長度的乘積。

3. 已知座標平面上點$A(0,3)$和$B(0,4)$，試求x軸上的一點$C(x,0)(x>0)$使得$\angle ACB$最大。