

國立高雄師範大學數學系 九十七學年度大學甄選入學

考試時間: 9:00 ~ 10:30

(15%) 1. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆為正實數，且滿足下列各方程式：

$$xyz = 1, \quad x + \frac{1}{z} = 5, \quad y + \frac{1}{x} = 29,$$

$$\text{則 } z + \frac{1}{y} = ?$$

(15%) 2. 試求聯立方程組  $\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = y^2 \\ \sin^2 y + \cos^2 x = x^2 \end{cases}$  的所有實數對解  $(x, y)$ 。

(15%) 3.  $m \in R$  且  $x^3 - 6x^2 + 3x + m = 0$  之三根成等差數列

(a) 求此三根 (b)  $m = ?$

(15%) 4. 令  $f(x) = \frac{1 + \sin x}{-2 + \cos x}$ ，求  $f(x)$  的最大與最小值。

(10%) 5. 已知  $\triangle ABC$  的內切圓半徑為 **21**，且與  $\overline{AB}$  切於  $P$  點；

若  $\overline{AP} = 23$ ， $\overline{PB} = 27$ ，則  $\triangle ABC$  的周長為何？

(10%) 6. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = 8$ ，且  $\overline{AB} + \overline{AC} = 10$ ，試求  $\overline{BC}$  上的高之最大值。

(10%) 7. 若方程式  $3k \cos \theta - 2 \sin \theta - 5k + 2 = 0$  有解，則  $k$  的範圍為何？

(10%) 8. 球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + \frac{3}{2} = 0$ ，直線  $L$  經過兩點  $A(2, -3, 3)$  與  $B(10, 1, 2)$ 。試求球面  $S$  上一點  $P$  至直線  $L$  的距離為最短，並求出該距離。