

2.(法一)

考慮 $A(\cos\theta, \sin\theta)$, $B(0, -1)$

其中 A 在圓 $x^2 + y^2 = 1$ 上

所求即直線 AB 斜率 $\frac{\sin\theta+1}{\cos\theta}$ 之最大值與最小值

畫圖即知 $\theta = \pi/3$ 時有最大值 $2 + \sqrt{3}$, $\theta = \pi/6$ 時有最小值 $\sqrt{3}$

(法二)

$$\text{令 } y = \frac{\sin\theta+1}{\cos\theta} = \tan\theta + \sec\theta$$

$$\text{有極值 } y' = \sec^2\theta + \sec\theta \tan\theta = 0$$

但 $\pi/6 \leq \theta \leq \pi/3$, $\sec\theta \neq 0$ 且 $\tan\theta + \sec\theta \neq 0$

因此極值出現在區間端點

$$\text{最小值 } y = \tan\frac{\pi}{6} + \sec\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

$$\text{最大值 } y = \tan\frac{\pi}{3} + \sec\frac{\pi}{3} = 2 + \sqrt{3}$$