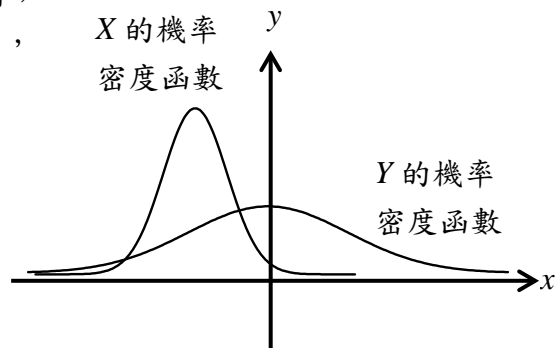


北一女中 104 學年度第一學期高三理組第二次期中考數學科試題P.1

注意：請於答案卷上作答並繳回，否則不予計分。

多選題：每題 8 分，5 題計 40 分。

1. 設隨機變數  $X$  為平均數是  $\mu_1$ 、變異數  $\sigma_1^2$  的常態分佈，  
 隨機變數  $Y$  為平均數是  $\mu_2$ 、變異數  $\sigma_2^2$  的常態分佈，  
 這兩個常態分佈機率密度曲線如右圖所示，  
 試問下列選項哪些正確？



- (1)  $P(Y \geq \mu_1) \leq P(Y \geq \mu_2)$   
 (2)  $P(X \leq \sigma_1) \leq P(X \leq \sigma_2)$   
 (3) 對任意正數  $t$ ， $P(X \leq t) \geq P(Y \leq t)$   
 (4)  $P(\mu_1 - \sigma_1 \leq X \leq \mu_1 + \sigma_1) = P(\mu_2 - \sigma_2 \leq Y \leq \mu_2 + \sigma_2)$

2. 對於下述民調報導的解讀，請選出正確的選項。

TVBS民調中心於 104 年 3 月 30-31 日晚間 18:30-22:00 進行「自來水費調整」的訪問調查，共接觸 1,159 位 20 歲以上台灣地區民眾，其中拒訪為 133 位，最後成功訪問有效樣本 1,026 位，在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為  $\pm 3.1$  個百分點。抽樣方法採用電話號碼後四碼隨機抽樣，人員電話訪問七個問題。

其中第四個問題：「有人建議自來水費改成像電費一樣，用比較多的人每一度水的價格比較高，用比較少的人每一度水的價格比較低。請問您贊不贊成自來水改成差別費率？」

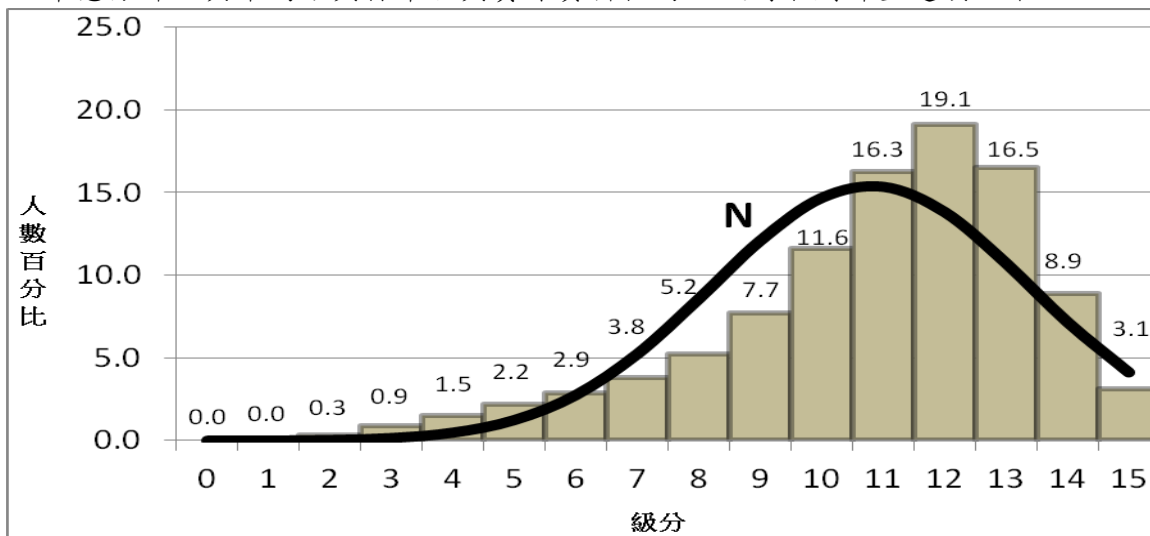
問題四的統計結果：贊成 72%，不贊成 18%，沒意見 10%

參考數據： $2 \times \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{1026}} \approx 0.031$ ， $2 \times \sqrt{\frac{0.72 \times 0.28}{1026}} \approx 0.028$

- (1) 在成功受訪的民眾中，對於第四個問題，共有 720 位表示贊成「自來水改成差別費率」。  
 (2) 此次調查(第四個問題)表示國人贊成「自來水改成差別費率」的真正比例  $p$  會落在 0.692 到 0.748 之間的機率為 95%。  
 (3) 如果重複作相同的抽樣(每次有效樣本相同為 1026 人)多次，每次都會算出一個信賴區間，大約有 95% 的區間會涵蓋贊成「自來水改成差別費率」的真正比例  $p$ 。  
 (4) 如果重複作相同的抽樣(每次有效樣本相同為 1026 人)多次，每次均會得到一個贊成的比例  $\hat{p}$ ，大約有 95% 的  $\hat{p}$  值會落在區間  $\left[ p - 2 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{1026}}, p + 2 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{1026}} \right]$ ，其中  $p$  為國人贊成「自來水改成差別費率」的真正比例。

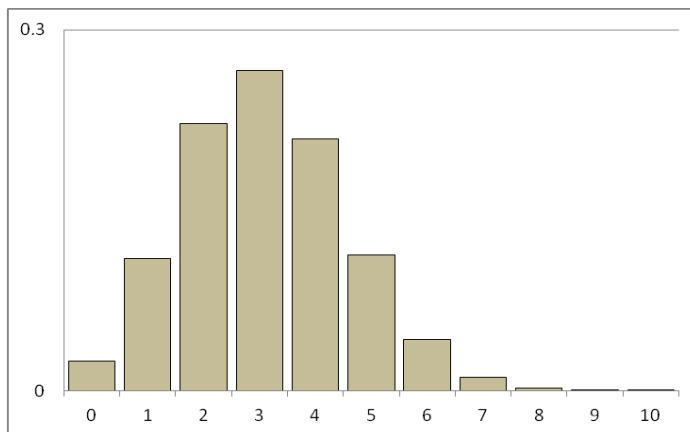
北一女中 104 學年度第一學期高三理組第二次期中考數學科試題P.2

3. 下圖為 104 學年度學測國文成績的直方圖(橫軸為級分，縱軸為人數百分比)，資料整體趨勢呈現左偏分佈，計算數據中的平均數約為 10.8 級分，標準差約為 2.59 級分。曲線 N 代表一常態分佈，其平均數與標準差與實際資料相同。試問下列哪些選項正確？



- (1) 曲線 N(常態分佈)中，在 10.8 級分以下所佔的百分比約為 50%。
- (2) 曲線 N(常態分佈)中，落在距平均數±1 個標準差的區間內所佔的百分比為 67~69%。
- (3) 實際資料中，落在距平均數±1 個標準差的區間內所佔的百分比為 67~69%。
- (4) 實際資料中，落在距平均數±2 個標準差的區間內所佔的百分比為 94~96%。

4. 下圖是隨機變數  $X \sim B(10, p)$  的二項分布(即重複做成功機率為  $p$  的伯努利試驗 10 次，其中成功的次數為  $X$ )的機率分佈圖。試問下列哪些選項正確？



- (1)  $p < 0.5$
- (2) 期望值  $E(X) = 3$
- (3) 若標準差  $\sigma(X) = \sqrt{2.1}$ ，則  $p = 0.7$
- (4)  $P(X = 9) > P(X = 10)$

5. 設  $\omega = \cos 40^\circ + i \sin 40^\circ$ ，試問下列哪些選項正確？

- (1)  $\omega$  為 1 的一個 9 次方根
- (2)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  的 3 次方根為  $\omega$ 、 $\omega^4$ 、 $\omega^7$
- (3)  $\omega$  不可能為  $i$  的一個  $n$  次方根，其中  $n$  為正整數。
- (4)  $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3)(1 - \omega^4)(1 - \omega^5)(1 - \omega^6)(1 - \omega^7)(1 - \omega^8) = 9$

北一女中 104 學年度第一學期高三理組第二次期中考數學科試題P.3

填充題：共 12 格，共 60 分

- 連續投擲一枚均勻硬幣 9 次，以  $X$  表示出現正面的次數，則  $X$  會落在與期望值相距  $\pm 3$  個標準差範圍內的機率： $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) =$  \_\_\_\_\_ (A) 。
- 同時投擲 4 枚均勻硬幣，以  $X$  表示出現正面的次數，則  $X^2$  的期望值為 \_\_\_\_\_ (B) 。
- 連續投擲 4 枚均勻硬幣 9 次，則同時出現 4 個正面的次數標準差為 \_\_\_\_\_ (C) 。
- 根據孟德爾遺傳學理論，一種開紅色花朵的植物與另一開紅色花朵的同種植物經人工傳播花粉所得到種子，有 25% 種植後會開出白色花朵，現在取這樣的種子 6 粒種植後，至少有 4 棵 會開出白色花朵的機率為 \_\_\_\_\_ (D) 。（需乘開並以最簡分數表達）
- 已知  $3 - 4i$  是  $-527 + 336i$  的其中一個四次方根，在複數平面上，以  $-527 + 336i$  的另外 3 個四次方根為頂點的三角形面積為 \_\_\_\_\_ (E) 。
- 在 MX 會後，紅配綠公司進行的民調結果：總統參選人 T 的支持度上升為 48%，在 95% 信心水準下，可得抽樣誤差為正負 3.2%，試問此次民調支持度的信賴區間為 \_\_\_\_\_ (F) ，此次民調最少成功訪問了 \_\_\_\_\_ (G) 位成年人。
- 紅配綠銀行規定：一張提款卡若一天內出現 3 次密碼嘗試錯誤，該提款卡將被鎖定、無法使用。老王到 ATM 領錢時，發現自己忘記了提款卡的密碼，但是可以確定該提款卡的正確密碼是他常用的 6 個密碼之一，老王決定從中不重複地隨機選擇 1 個進行嘗試，若密碼正確，則結束嘗試；否則繼續嘗試，直至該提款卡被鎖定。求當天老王嘗試密碼次數的期望值為 \_\_\_\_\_ (H) ，變異數為 \_\_\_\_\_ (I) 。
- 紅配綠高中針對高一學生隨機選出 45 名學生，對特色課程適應程度進行調查，每位學生都要填答，且只能填答適應或不適應，結果如右表。假設學生性別與適應狀況獨立，且  $x > y$ ，則數對  $(x, y)$  為 \_\_\_\_\_ (J) 。

	適應	不適應
男生	$x$	10
女生	12	$y$

9. 一袋裝有 150 顆大小相同的球，其中黃球 40 顆、綠球 50 顆、紅球 60 顆。設每球被取到的機會均等。

(1) 從袋中一次取 3 球，則紅球球數期望值為 \_\_\_\_\_ (K) 。

(2) 從袋中一次取 30 球，若取出黃球  $a$  顆、綠球  $b$  顆、紅球  $c$  顆，則可得獎金  $100 + 2a + 3b - 4c$  元，求獎金期望值為 \_\_\_\_\_ (L) 。

北一女中 104 學年度第一學期高三理組第二次期中考數學科 答案卷

三年 \_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號，姓名 \_\_\_\_\_

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

二、填充題：(12 格，共 60 分)

(A)	(B)	(C)
(D)	(E)	(F)
(G)	(H)	(I)
(J)	(K)	(L)

北一女中 104 學年度第一學期高三理組第二次期中考數學科 參考答卷

三年 \_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號，姓名 \_\_\_\_\_

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

<b>1.</b>  234	<b>2.</b>  34	<b>3.</b>  124	<b>4.</b>  14	<b>5.</b>  1234
----------------------	---------------------	----------------------	---------------------	-----------------------

二、填充題：(12 格，共 60 分)

<b>(A)</b>	<b>(B)</b>	<b>(C)</b>
1	5	$\frac{3\sqrt{15}}{16}$
<b>(D)</b>	<b>(E)</b>	<b>(F)</b>
$\frac{77}{2048}$	25	[0.448, 0.512]
<b>(G)</b>	<b>(H)</b>	<b>(I)</b>
975	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{12}$
<b>(J)</b>	<b>(K)</b>	<b>(L)</b>
(15,8)	$\frac{6}{5}$	98