

一、多重選擇題(至少有一個選項是正確的)

1. 下列哪些選項的方程式(組)代表空間中的直線?

(A)  $3x - 2y = 4$  (B)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x = 4 \\ \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{5} \end{cases}$  (E)  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t, t \leq 10 \\ z = 3 \end{cases}$

2. 下列哪些空間坐標系的圖形與  $2x - 2y - z = 4$  的圖形不相交?

(A)  $2x - 2y - z = 0$  (B)  $3x + 2y + 2z = 1$  (C)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}$  (D)  $\begin{cases} x = 3t \\ y = t, t \in R \\ z = 4t \end{cases}$  (E)  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - 3y - 2z = 2 \end{cases}$

3. 設三個相異平面  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$  (\*) 相交於直線 L, 點 A(3, 2, 1) 亦在 L 上。現考慮三元一次聯立方程組

$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$  (\*\*), 若  $(x, y, z) = (-2, 4, 5)$  為 (\*\*) 的一解。試問下列哪些選項是正確的?

(A) 向量(3, 2, 1)為 L 的一個方向向量; (B) 行列式  $\begin{vmatrix} a_1 + d_1 & b_1 + d_1 & c_1 + d_1 \\ a_2 + d_2 & b_2 + d_2 & c_2 + d_2 \\ a_3 + d_3 & b_3 + d_3 & c_3 + d_3 \end{vmatrix} = 0$ ;

(C)  $(x, y, z) = (-5, 2, 4)$  為 (\*\*) 的一解; (D) 方程組 (\*\*) 恰有一組解;

(E) 若 (\*) 的解為  $(x_1, y_1, z_1)$ , (\*\*) 的解為  $(x_2, y_2, z_2)$ , 則  $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$  的最小值為 45。

二、填充題

1. 空間中兩平面  $E_1: 3x + 2y - z = 6$ ,  $E_2: 6x - 3y + 5z = -3$ , 三點 A、B、C 都在  $E_1$  上,

且  $\triangle ABC$  面積 = 10, 試求  $\triangle ABC$  在  $E_2$  上的投影面積\_\_\_\_\_。

2. 直線  $\frac{x-x_0}{-2} = \frac{y+2}{m} = \frac{z-z_0}{n}$  垂直平面  $4x + 3y + 2z = 5$  於點(1, 1, -1), 試求  $m + n + x_0 + z_0 =$ \_\_\_\_\_。

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科試卷(自然組)

3. 已知兩直線  $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-7}{6}$ 、 $L_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$  交於一點，

- (1) 試求包含  $L_1$ 、 $L_2$  的平面方程式\_\_\_\_\_。  
(2) 試求  $L_1$ 、 $L_2$  的夾角平分線方程式\_\_\_\_\_。(請以對稱比例式表示)

4. 空間中兩直線  $L_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-8}{-2}$ ， $L_2: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{4}$ ，

- (1) 試求兩直線的距離  $d(L_1, L_2) =$  \_\_\_\_\_  
(2) 若  $L_1$  關於平面  $E$  的對稱直線為  $L_2$ ，試求  $E$  的方程式 \_\_\_\_\_。

5. 已知方程組  $\begin{cases} x+2y+3z=-2 \\ 2x+3y+4z=a \\ 3x+4y+5z=b \\ 4x+5y+6z=b^2 \end{cases}$  有解，其中  $\alpha$ 、 $\beta$  都不是整數，則  $\alpha + \beta =$  \_\_\_\_\_

6.  $O$  為原點， $OABC$  為正四面體，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點皆在平面  $x + y + 2z = 6$  上，試求正四面體  $OABC$  的體積\_\_\_\_\_。

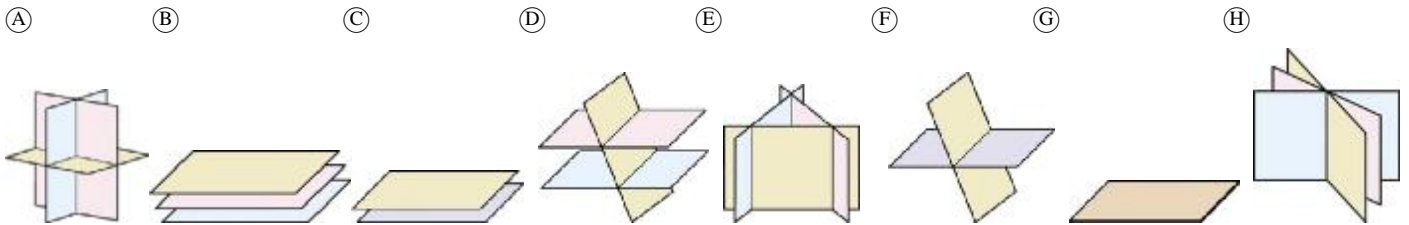
7. 在平面  $5x + 4y + 2z = 0$  上有一圓  $C$ ，圓心為  $(0, 0, 0)$ ，在圓上有一點為  $P(a, b, 17)$ 。平面上直線  $L$  為過  $P$  的切線，其一方向向量為  $(4, -7, 4)$ 。求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

8.  $s, t$  為任意實數，(1) 試求  $\sqrt{(3+2s+2t)^2 + (2-s)^2 + (1-t)^2}$  的最小值\_\_\_\_\_；  
(2) 承(1)，此時數對  $(s, t) =$  \_\_\_\_\_

9.  $a$  為實數，且方程組 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{x} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{y} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{z} \end{cases}$$
 無解，試求所有  $a$  值所成的集合 = \_\_\_\_\_。

10. 空間中三直線  $L_1: x-1=y-2=z-2$ ， $L_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t, t \in R \\ z=1+2t \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} 2x-3y=-5 \\ z=0 \end{cases}$ 。點  $P$  在  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的正射影坐標分別為  $A(0, 1, 1)$ 、 $B(3, 0, 3)$ 、 $C(-1, 1, 0)$ ，試求  $P$  點坐標\_\_\_\_\_。

11. 下列為空間中三平面相交的各種情形：



若三平面  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$  表示的關係為Ⓐ，則三平面  $\begin{cases} b_1x + c_1y + d_1z = a_1 \\ b_2x + c_2y + d_2z = a_2 \\ b_3x + c_3y + d_3z = a_3 \end{cases}$  的關係可能為哪些？\_\_\_\_\_

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科答案卷(自然組)

二年\_\_班\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

一、多重選擇題(18%)(每題6分。錯1個選項給4分，錯2個給2分，錯3個以上或未作答不給分)

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>

二、填充題：(82%)(請注意題號，寫錯格不給分。全對才給分)

計分標準：

格數	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
分數	8	16	24	31	38	44	50	55	60	65	70	74	78	82

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.(1)</b>	<b>3.(2)</b>
<b>4.(1)</b>	<b>4.(2)</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
<b>7.</b>	<b>8.(1)</b>	<b>8.(2)</b>	<b>9.</b>
<b>10.</b>	<b>11.</b>		

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科答案卷(自然組)

二年\_\_班\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

一、多重選擇題(18%)(每題6分。錯1個選項給4分，錯2個給2分，錯3個以上或未作答不給分)

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>
(B)(D)	(A)(D)	(A)(B)(C)

二、填充題：(82%)(請注意題號，寫錯格不給分。全對才給分)

計分標準：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	31	38	44	50	55	60	65	70	74	78	82

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.(1)</b>	<b>3.(2)</b>
$\sqrt{5}$	$\frac{-17}{2}$	$3x + 42y - 22z - 101 = 0$	$\frac{x+1}{8} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{3}$ , $\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-1}{-9}$
<b>4.(1)</b>	<b>4.(2)</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
$4\sqrt{11}$	$3x + y + z = 0$	$\frac{-7}{4}$	$\frac{9\sqrt{2}}{4}$
<b>7.</b>	<b>8.(1)</b>	<b>8.(2)</b>	<b>9.</b>
$(-10, 4)$	3	$(0, -1)$	$\{a \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \text{ 且 } a \neq 6\}$  (或寫成 $\mathbb{R} - \{0, 6\}$ )
<b>10.</b>	<b>11.</b>		
$(1, -2, 3)$	Ⓐ Ⓓ Ⓔ		