

- ◆ 以下題目共 八 大題，每題配分標示於後，總分為 100 分。請將答案書寫於答案本中，並於答案本中標上題號。每題皆需有計算或證明過程，無計算或證明過程者將酌予扣分，甚至不計分。

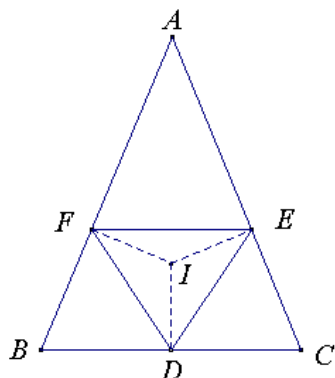
一、一個等比數列有三項，如果把第二項加上 4，那麼所得的三項就成為等差數列；如果再把這等差數列的第三項加上 32，那麼所得的三項又成為等比數列。求原來的等比數列。(10 分)

二、設 $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2}$ ，則 α 所滿足的三次有理係數方程式為何？(10 分)

三、(1)試證明： $\triangle ABC$ 中， $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ 。

(2)試說明上述等式何時不成立？(10 分)

四、如下圖， I 為等腰三角形 ABC 的內心 ($\overline{AB} = \overline{AC}$)， $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{IE} \perp \overline{AC}$ 、 $\overline{IF} \perp \overline{AB}$ 。若 $\triangle AFE$ 的面積等於 $\triangle FBD$ 與 $\triangle EDC$ 的面積和，求 $\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = ?$ (10 分)



五、設 $f(x) = (23x^3 + 75x^2 + 61x + 8)^4$ ：

(1)求 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3x + 2$ 的餘式；(2)求 $(23756108)^4$ 除以 (102×101) 的餘數。(14 分)

六、 $x, y \in \mathbb{f}$ ，試解聯立方程式 $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^4 + y^4 = 97 \end{cases}$ 。(16 分)

七、若 L_1 與 L_2 為拋物線 Γ 上兩條互相垂直的切線，其交點為 P 。試證明： P 點一定落在拋物線 Γ 的準線上。(15 分)

八、您認為一般國七學生在數學課程學習之中，感覺哪一個單元的學習最為困難？學生感覺困難的原因可能為何？您有何策略幫助您的學生學好此單元？(15 分)

一、2, 6, 18 或 $\frac{2}{9}, -\frac{10}{9}, \frac{50}{9}$

二、 $x^3 - 3x - 4 = 0$

三、(送分)

四、 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

五、(1) $-15x-14$; (2) 8788

六、(2, 3) 或 (3, 2) 或 $(\frac{5+\sqrt{15}i}{2}, \frac{5-\sqrt{15}i}{2})$ 或 $(\frac{5-\sqrt{15}i}{2}, \frac{5+\sqrt{15}i}{2})$

七、(<pf> 略)

八、(略)