

國立高雄餐旅大學附屬餐旅高級中等學校 107 學年度教師甄選數學科
試題卷

請將答案標明題號寫在答案本上

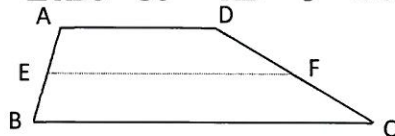
一. 單選題(每題 3 分, 共 12 分)

1. 設 x, y, z, u 為正整數, 則 $x+y+z^2+u^3=21$ 有幾組解?
(A) 252 (B) 237 (C) 352 (D) 68 (E) 572。
2. 設矩陣 $A=[a_{ij}]_{10 \times 15}$, 其中 $a_{ij}=2j^2-i$, 則 A 中的所有元素之總和為
(A) 23975 (B) 20050 (C) -1950 (D) 14380 (E) 0。
3. 設 $10 \leq x \leq 100$, 若 $\log x^2$ 與 $\log x^{-2}$ 尾數相同, 所有滿足條件的 x 會成等比數列, 公比為
(A) 1 (B) $10^{0.15}$ (C) $10^{0.25}$ (D) $10^{0.35}$ (E) $10^{0.45}$ 。
4. 已知 $f(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$, 則 $f(x^5)+2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為
(A) 1 (B) 7 (C) x (D) $5x$ (E) -1 。

二. 填充題(每題 5 分, 共 75 分, 請簡列其過程)

1. 求 $\sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$ 的值=_____。
2. 設 x, y, z 為實數, $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=6$, 求 $x^3+y^3+z^3$ 的最大值=_____。
3. 已知複數 Z 滿足 $Z \cdot \bar{Z}=4$, 求 $|1+\sqrt{3}i+Z|$ 的最大值=_____, 與最小值=_____。(全對才給分)

4. 下圖為梯形, \overline{EF} 為中線, $\angle ABC=50^\circ$, $\overline{AD}=5$, $\overline{DC}=6$, $\overline{BC}=11$, 請問 $\angle ADC$ =_____。



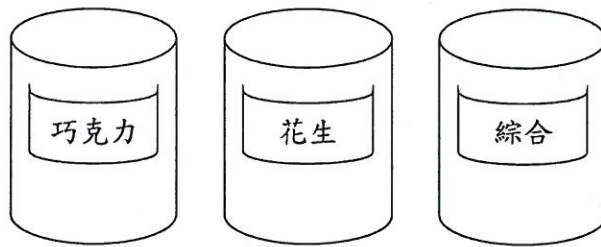
5. 一橢圓的中心在原點, 長軸在 x 軸上, 若此橢圓內切於梯形 $ABCD$ 中, \overline{AD} 平行於 x 軸且

$\overline{AD}=\overline{AB}=\overline{CD}=4$ 、 $\overline{BC}=10$, 則長軸長為_____。



6. 有三個糖果罐(如圖)，罐子上的標籤均貼錯，請問最少共要試吃幾顆糖果，就可以知道每一個罐子的正確口味？請寫出您的方法並簡單說明。

【註：每一顆糖果不是巧克力就是花生口味，綜合表示罐內同時有巧克力口味的糖果和花生口味的糖果。】



7. 數列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=1$ ， $\sqrt{S_{n-1}}+\sqrt{S_n}=a_n$ (其中 $n \geq 2$ ， S_n 為數列的前 n 項總和)，求 $a_{107}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 設 α, β, γ 為方程式 $x^3-x-1=0$ 的三個根，則 $(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)=\underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 一等差數列的項數為奇數，若奇數項總和為 91，偶數項總和為 84，則此數列共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。
10. 設 $\sqrt{2} \cos 2\theta + \sqrt{3} \sin 2\theta = 1$ ，而 θ_1 及 θ_2 為滿足此方程式之兩角，且 $-90^\circ < \theta_1 < \theta_2 < 90^\circ$ ，求 $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 之值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 3$ ，且 $y=f(x)$ 無極值，求 a 值的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 過 $A(1,2)$ 作直線與拋物線 $x^2-5y=0$ 交於 P 、 Q ，若 $\angle POQ$ 為 90° ，試求 \overline{PQ} 的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. 求拋物線 $y=-x^2+2x$ 與直線 $y=-x$ 的圖形所圍成之封閉區域繞 x 軸旋轉一圈所得之旋轉體的體積 $=\underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 銳角 $\triangle ABC$ 中， $\sin(A+B)=\frac{3}{5}$ 、 $\sin(A-B)=\frac{1}{5}$ ，設 $\overline{AB}=3$ ，求 \overline{AB} 邊上的高 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. 一個不公正的硬幣，擲出正面的機率為 $\frac{2}{3}$ ，若擲 n 次，則硬幣出現偶數次正面的機率 $=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三. 計算題(第一題 6 分，第二題 7 分，共 13 分，沒有過程不給分)

1. 試求所有滿足以下不等式的正整數 a, b, c ： $\frac{41}{42} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$ 。(6 分)



2. 甲乙丙三人搭計程車，約定平均分攤計程車車資(假定計費方式沒有起跳價，純以里程數計費)。甲在全部路程的三分之一處下車，乙在三分之二處下車，丙最後下車。若車資是 900 元，請問甲乙丙各分攤多少元才合理？(7 分)

國立高雄餐旅大學附屬餐旅高級中等學校 107 學年度教師甄選數學科

公告答案

一. 單選題(每題 3 分, 共 12 分)

1	2	3	4
D	A	C	B

