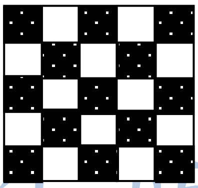
高雄市 107 學年度市立高級中等學校聯合教師甄選

數學科試題卷

【※答案一律寫在答案本上】

計算題：一律詳列過程；1~12 題每題 7 分，13~14 題每題 8 分

1. 如右圖為5×5黑白棋盤，從中隨機選取兩格，則此兩格不在同一列也不在同一行且恰一黑一白的機率為何？



2. 若$f(x)$是一首項係數為 1 的 107 次實係數多項式，若$f(x)=0$的所有根之和為 2018，則方程式$f(x^2+x+1)=0$的所有根之和為多少？

3. 由集合$S=\{2^1, 2^2, 2^3, \cdots, 2^{200}, 2^{201}\}$中一次選三個相異元素，則此三個元素可排成遞增的等比數列之方法有幾種？

4. 由 $y=x^3$ 與 $x=0$，$x=2$ 及 x 軸圍成一區域 S 的面積 R，將 S 分成 n 個等寬的長方形，令其上和為 U_n，下和為 L_n，則滿足$|U_n-R|<\dfrac{1}{100}$之最小自然數 $n=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

5. 函數 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+a}-b}{x-1}, & x\neq 1\\ \dfrac{1}{6}, & x=1\end{cases}$，其中 a、b 是異於 0 的常數，若 $f(x)$在 $x=1$ 處連續，則數對(a,b) = ＿＿＿＿＿＿＿＿。

6. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}}\right)=$ ＿＿＿＿。

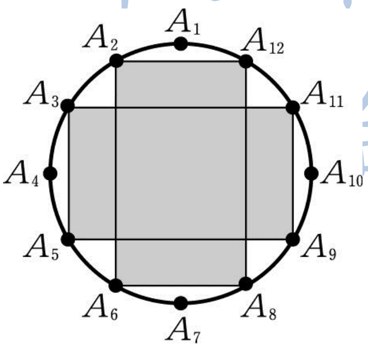
【背面尚有試題】

7. 在直角坐標平面上，設點P(-3,0)且點A在x軸的正半軸（包含原點）上移動，點B在y軸上移動，且$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{BA}=0$，點C在直線AB上且滿足$2\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CA}=\vec{0}$，則點C的軌跡方程式為________。

8. 正四面體的四頂點落在兩歪斜線 L_1：$\begin{cases}x=4+t\\y=-3-t\\z=0\end{cases}$，$t\in R$ 與 L_2：$\begin{cases}x=2+s\\y=2+s\\z=1\end{cases}$，$s\in R$ 上，求此四面體的稜長為________。

9. 設直線 L：$4x-5y-18=0$ 與圓 C：$x^2+y^2-2x+3y=0$ 交於 A、B 兩點，過 A、B 之切線交於一點 P，則 P 之坐標為__________。

10. 如附圖，半徑 2 的圓上 12 個等分點，則陰影部分的面積為_______。



11. $\sqrt{(x-1)^2+(2^x-4)^2}+\sqrt{(x-1)^2+(2^x)^2}$ 之最小值為_______。

12. 雙曲線$\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1$上有一點 P，設兩焦點為 F_1 與 F_2，若 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=1:3$，求 $\cos\angle F_1PF_2=$_________。

13. 觀測站 S_1，S_2 之距離為 r，飛機 A 在地面 B 點上空，S_1 站測得 A 之仰角為ϕ，$\angle BS_1S_2$為 φ，S_2 站測得 $\angle BS_2S_1$ 為 θ，則飛機之高 $\overline{AB}$ 為 $\dfrac{r\sin\theta\tan\phi}{\sin(\theta+\varphi)}$，試證之。

14. 求證$\lim_{\theta \to 0} \frac{\tan\theta - \sin\theta}{\theta^3} = \frac{1}{2}$