中正國防幹部預備學校
107 年教師甄選測驗試題

數學考科

－作答注意事項－

考試時間：100 分鐘

題型題數：總共 30 題

- 第壹部分　單選題共 10 題，每題 2 分
- 第貳部分　填充題共 20 題，每題 4 分

作答方式：

1. 一律用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）
2. 未依規定劃記答案卡，致機器掃描無法辨識答案，其後果由考生自行負擔
3. 答案卡每人一張，不得要求增補

第壹部分：單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請劃記在答案卡。各題答對者，得 2 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $x^{10}+x^{8}+x^{6}+x^{4}+x^{2}+1=0$ 之所有根在複數平面上所對應之點，所圍成的凸多邊形面積為(1) $\frac{5}{2}$　(2) $2+\frac{\sqrt{3}}{2}$　(3) 3　(4) 4　(5) $3\sqrt{3}$。

2. 設指數方程式 $3^{4x-1}=2^{4x}+16^{x-\frac{3}{4}}$ 的解為 $x=\frac{b}{a}$，$\frac{b}{a}$ 為一最簡分數且 $a>0$，則 $a+b=$　(1) 12　(2) 3　(3) 5　(4) 7　(5) 29。

3. 設 z 為一複數，$|z-2i|+|z+4i|\le 10$ 之解集合在複數平面上的圖形面積為 (1) 12π　(2) 14π　(3) 16π　(4) 18π　(5) 20π。

4. 在正 20 邊形中，連接其所有對角線，以對角線為三邊所決定的三角形共有多少個 (1) 680 (2) 720 (3) 760 (4) 800 (5) 840。

5. 四個正整數 a、b、c、d 的乘積為 $8!$ 且滿足 $\begin{cases} ab+a+b=524 \\ bc+b+c=146 \\ cd+c+d=104 \end{cases}$ ，請問 $a-d=$

(1) 12 (2) 10 (3) 8 (4) 6 (5) 4。

6. 將 $(x+y+z)^{2018}+(x-y-z)^{2018}$ 展開並合併同類項，試問化簡後共有多少項？

(1) 1020100 (2) 2039190 (3) 1019595 (4) 4072324 (5) 2036162。

7. 在同一個平面上有五個不同的圓，其交點的個數最多為幾個？

(1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20。

8. 如右圖，將數字 1~14 填入一個 2×7 的表格中，其中左邊的數字要比右邊的數字小，上面的數字要比下面的數字小，滿足這種規律的填法有幾種？ (1) 426 (2) 427 (3) 429 (4) 431 (5) 433。

9. 兩個同心圓的半徑比為$1:3$，若$\overline{AC}$為大圓的直徑，$\overline{BC}$是大圓的弦且與小圓相切，$\overline{AB}=12$，則大圓的半徑為

(1) 13 (2) 18 (3) 21 (4) 24 (5) 26。

10. 集合$\{1,2,3,\ldots,60\}$的子集合S，其中S滿足任兩個元素的和不為 7 的倍數，則$n(S)$的最大值為 (1) 6 (2) 17 (3) 14 (4) 27 (5) 28。

第貳部分：填充題(佔 80 分)

說明：第 11 題至第 30 題，將計算出來的答案劃記在答案卡上，每題全對得 4 分，其餘情況不給分。

11. 已知 $x^3-3x+1=(x-2\cos\alpha)(x-2\cos\beta)(x-2\cos\gamma)$，且 $0°<\alpha<\beta<\gamma<180^{\circ}$，試求 $\sin(\gamma-\alpha)$ 之值= $\dfrac{\sqrt{\boxed{11}}}{\boxed{12}}$。

12. ΔABC 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a、b、c，若 $b^2-c^2=ac$，$\angle A=42^{\circ}$，則 $\angle C=\boxed{13}\boxed{14}$ 度。

13. 介於 1 與 2018 之間的整數 N，有 $\boxed{15}\boxed{16}$ 個整數 N 代入 $\dfrac{N^2+7}{N+4}$ 後，會使得 $\dfrac{N^2+7}{N+4}$ 不是最簡分數。

14. 設 a、b、c、x、y、z 均為實數，若 $a^2+b^2+c^2=1$，$x^2+y^2+z^2=4$，則

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & a+c \\ x+y & y+z & x+z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$ 的最大值為 $\boxed{17}\boxed{18}$。

15. 在空間中，$O(0,0,0)$，$A(a,0,0)$、$B(0,b,0)$、$C(0,0,c)$，其中 a，b，c 為正數。若 ΔABC 的面積為 4，則 $\left|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}\right|+2\left|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}\right|+2\left|\overrightarrow{OC}\times\overrightarrow{OA}\right|$ 之最大值為 $\boxed{19}\boxed{20}$。

16. 某數列的前兩項為 $a_1=1$，$a_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；對於 $n\geq 1$，滿足 $a_{n+2}=\dfrac{a_n+a_{n+1}}{1-a_na_{n+1}}$，試問 a_{2018} 之值為 $\dfrac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}}$。

17. 設兩複數z，w滿足$|z+3-3i|=2$，$|iw-1|=1$，則$|z-w|$之最大值為$\boxed{23}$。

18. 方程式$\sin x-3\cos x=k$，在$0\le x\le \pi$的範圍內，有兩個相異的實數解，求實數k的範圍為$\underline{\boxed{24}\le k<\sqrt{\boxed{25}\boxed{26}}}$。

19. 設兩複數$z_1=\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}$，$z_2=\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}$，若$z_3=z_1\cdot z_2$，$z_4=\dfrac{z_1}{z_2}$且$a$為實數，則$|a-z_3|+|a-z_4|$之最小值為$\sqrt{\boxed{27}}$。

20. 大於$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^6$的最小整數為$\boxed{28}\boxed{29}\boxed{30}$。

21. $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+z^2+xz=16 \\ y^2+z^2-yz=9 \end{cases}$，則 $xz+yz=\boxed{31}\sqrt{\boxed{32}}$ 。

22. 已知 $x_1=21$，$x_2=37$，$x_3=42$，$x_4=23$，且

$x_n=x_{n-1}-x_{n-2}+x_{n-3}-x_{n-4}\left(n\geq 5\right)$，試求 $x_{31}+x_{53}+x_{1975}=\boxed{33}\boxed{34}$ 。

23. 設滿足 $z^{28}-z^{8}-1=0$ 及 $|z|=1$ 的複數共有 $2n$ 個。這些複數的極式為

$z_m=\cos\theta_m+i\sin\theta_m\left(0^\circ\leq\theta_1<\theta_2<\ldots<\theta_{2n}<360^\circ\right)$，試求 $\theta_2+\theta_4+\ldots+\theta_{2n}=x^\circ$，則 x

之值為 $\boxed{35}\boxed{36}\boxed{37}$ 。

24. 設實數 x 、 y 、 z 滿足 $\begin{cases} x=\sqrt{y^2-\frac{1}{16}}+\sqrt{z^2-\frac{1}{16}} \\ y=\sqrt{z^2-\frac{1}{25}}+\sqrt{x^2-\frac{1}{25}} \\ z=\sqrt{x^2-\frac{1}{36}}+\sqrt{y^2-\frac{1}{36}} \end{cases}$ ，且 $x+y+z=\dfrac{m}{\sqrt{n}}$ ， m 、 n 是正整數，且 n 不能被任何質數的平方整除，則 $m+n$ 之值為 $\boxed{38}$ 。

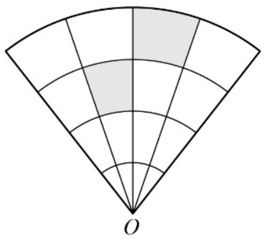
25. 設 α 為方程式 $\log_{107}^{x}=-x+3$ 的實根， β 為方程式 $107^{x}=-x+3$ 的實根。則 $\left(\log_{107}^{\alpha}\right)+107^{\beta}$ 之值為 $\boxed{39}$ 。

26. 設 $a=\sqrt[3]{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}+\sqrt[3]{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}$ ，則 $a^6-9a^2-18a-4$ 之值為 $\boxed{40}$ 。

27. 由某兩個等差數列之對應項相乘所得數為 1440、1716、1848、…，則此數列的第八項為 $\boxed{41}\boxed{42}\boxed{43}$ 。

28. 試求最接近於$1000\sum_{n=3}^{10000}\frac{1}{n^2-4}$之整數為三位數$abc$，則$a+b+c=\boxed{44}$。

29. 如附圖，中正預校有一塊圓心角為80°、半徑為 80 公尺的扇形田地，校長想利用3條半徑與3條以O點為圓心的弧長將此扇形田地分割成16塊。已知此三條半徑平分扇形O的圓心角，此3條弧長平分扇形O的半徑，試問圖上兩塊灰色田地相差$\dfrac{\boxed{45}\boxed{46}\boxed{47}\pi}{\boxed{48}}$平方公尺。



30. 如附圖，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\angle BAD=30^\circ$，$\overline{AE}=\overline{AD}$，則$x=$ $\boxed{49}\boxed{50}$。