

臺北市立松山高級工農職業學校
106 學年度第 2 次正式教師暨第 1 次代理教師甄選
【數學科】初試試題

作答說明：

1. 請在答案卷上標明題號依序作答。
2. 全卷限用藍色或黑色單一顏色筆作答。
3. 作答時間 90 分鐘。
4. 交卷時請將試題卷與答案卷一併繳交。

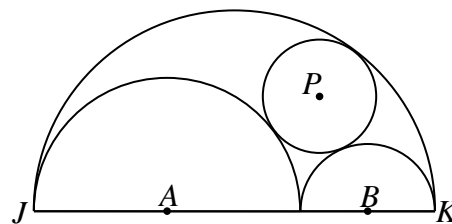
一、填充題(不需要寫算式，每題 6 分)

1. 設 a_1, a_2, \dots, a_9 為等差數列且 k 為實數。若方程組
$$\begin{cases} a_1x + a_2y + a_3z = 2k - 3 \\ a_4x + a_5y + a_6z = 3k - 1 \\ a_7x + a_8y + a_9z = 5k - 2 \end{cases}$$
 有解，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求雙曲線 $2x^2 - 3y^2 - 4x + 6y = 0$ 關於直線 $x - y + 1 = 0$ 對稱的曲線方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $A(2,3)$ ，過 B 和 C 兩條高的直線方程式分別為 $2x + 3y = 14$ 和 $2x - y = 0$ ，則 \overline{BC} 直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖，兩個分別以 A 、 B 為圓心的小半圓，半徑分別為 2 與 1，這兩個半圓在一個大半圓的內部，且兩個半圓的直徑與大半圓的直徑 \overline{JK} 重疊。這兩個小半圓彼此外切且均內切於大半圓。有一個以 P 為圓心的圓與兩小半圓外切，且內切於大半圓。試問圓 P 的半徑是多少 $\underline{\hspace{2cm}}$ ？



5. 兩拋物線 $y = ax^2 - 2$ 及 $y = 4 - bx^2$ 與坐標軸恰交於四點。若這四點為一個面積為 12 的鳶形的頂點，則 $a + b$ 之值為何 $\underline{\hspace{2cm}}$ ？

6. 地面上甲、乙兩人從同一地點同時開始移動。甲以每秒 3 公尺向東等速移動，乙以每秒 4 公尺向東 60° 北等速移動。在移動不久之後，他們互望的視線被一圓柱體建築物阻擋了 6 秒後才又相見。此圓柱體建築物底圓的直徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。

7. 設方程式 $8x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$ 的實根可以表示為 $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 1}{c}$ ，其中 a 、 b 、 c 均為正整數。試求 $a + b + c$ 之值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 從 $z^{2014} = 1$ 的所有複數根中，任選相異兩根 z_1 、 z_2 ，則 $|z_1 - z_2| < \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ 的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ？

9. 已知 $f(5^x) = 7x \log_3 5 + 110$ ，求 $f(3) + f(9) + f(27) + \dots + f(3^{10})$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 投擲一公正骰子三次，其點數依序為 x, y, z ，在 $x-y=z$ 的條件下，則在 x, y, z 中，至少出現一個 3 的機率為_____。

11. 設 $\frac{2x^2-x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$ ，其中 A, B, C 為實數，則 $A+B+C =$ _____。

12. 假設 a, b 皆為非零實數，且坐標平面上二次函數 $y = ax^2 + bx$ 與一次函數 $y = ax + b$ 的圖形相切。則切點坐標_____？

13. 設平面 $E: x + by + cz + k = 0$ 與 xy 平面垂直，且平面 E 與平面 $z = 1$ 相交之直線為 L ，若 L 的方向向量為 $(2, 1, 0)$ ，而平面 E 的 y 截距為 3，則數對 $(b, c, k) =$ _____。

14. 函數 $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}{x-4}$ ，求 $f'(1) =$ _____。

15. 試求所有可能的整數 a ，使得 x 的方程式 $x^2 - x\sqrt{5a^2 - 6a + 18} - (a^2 - 9a - 26) = 0$ 的兩根皆為整數_____。

二、計算題(每題 10 分)

1. 請以各種不同的解題方法求點 $P(3, 2)$ 到直線 $L: 3x - 4y - 11 = 0$ 的距離。

說明：請註明解題所使用的方法，再列出解題過程。

第 1 種方法 4 分，第 2 種方法 3 分，第 3 種方法 3 分。

臺北市立松山高級工農職業學校
106 學年度第 2 次正式教師暨第 1 次代理教師甄選
【數學科】初試答案

一、填充題

1. 3	2. $3x^2 - 2y^2 + 8y - 9 = 0$	3. $x - 2y = 0$	4. $\frac{6}{7}$	5. $\frac{3}{2}$
6. $\frac{36\sqrt{39}}{13}$	7. 98	8. $\frac{334}{2013}$	9. 1485	10. $\frac{7}{15}$
11. 2	12. (1,0)	13. (-2,0,6)	14. $\frac{8}{3}$	15. -3