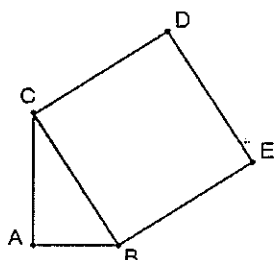


國立大里高中 102 學年度學術性向資賦優異學生鑑定複選

【數學能力評量】試題

※ 填充題:(共 20 格, 每格 5 分) 請將答案依題號填入答案卷的指定欄位, 否則不計分。

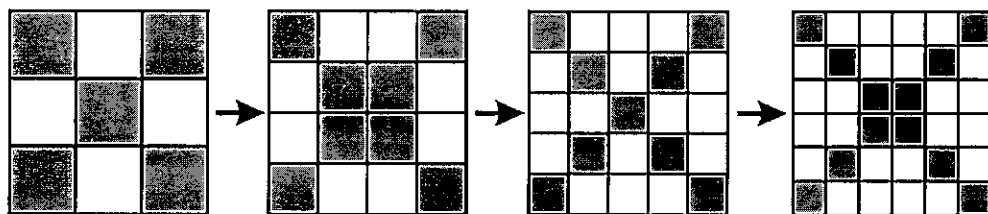
1. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 是直角, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, 四邊形 $BCDE$ 是正方形, 則 \overline{AD} 之值為_____。



2. 設圓形靶是由三個同心圓所圍成的三個區域, 已知命中中心區域得 12 分, 命中第一圈圓環得 4 分, 命中最外圈圓環得 1 分。且每個區域的得分與該區域面積大小成反比, 求由內而外此三個同心圓的半徑比為_____。

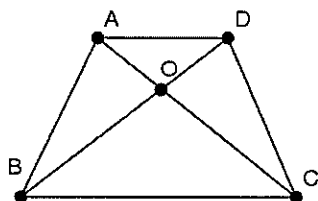
3. 設二次函數 $y = ax^2 - 6x + b$ 當 $x = 1$ 時 $y = 2$ 為最小值, 則 $a + b$ 之值為_____。

4. 如下圖, 若正方形依下列規則持續變化下去(圖中每個小四邊形皆為正方形), 請問第八個正方形中, 灰色部分的面積與整個正方形面積的比值為_____。



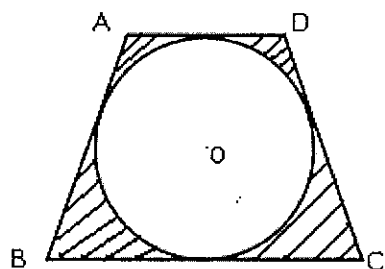
5. a, b 均為正整數, 且 $9a^2 - 4b^2 = 17$, 則 $a + b$ 之值為_____。

6. 四邊形 $ABCD$, 已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 且 $\triangle AOD$ 之面積為 6, $\triangle DOC$ 之面積為 9, 則四邊形 $ABCD$ 之面積為_____。

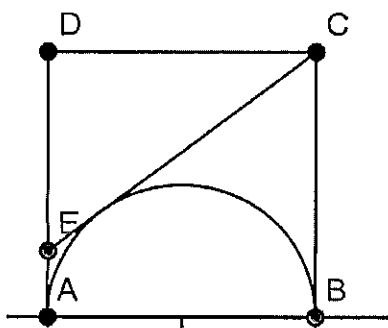


7. 試求最小的正整數，使其正因數的個數與 108 的正因數個數相同。則此最小的正整數為_____。

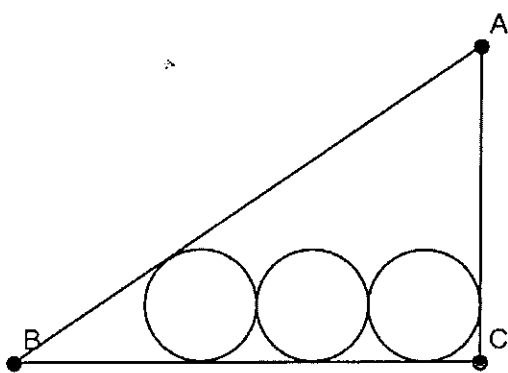
8. 如下圖，圓 O 是等腰梯形 ABCD 的內切圓，若 \overline{AD} 為 8 公分、 \overline{BC} 為 18 公分，則內切圓半徑為_____公分。



9. 如圖，ABCD 是邊長 2 的正方形，在正方形內部作一個以 \overline{AB} 為直徑的半圓，且自 C 點作此半圓的切線交 \overline{AD} 邊於 E 點，則 \overline{CE} = _____。



10. 如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = 9$ ，今有互相外切之三個等圓，均與 \overline{BC} 相切，兩端之兩圓又分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相切，則圓的半徑為_____。

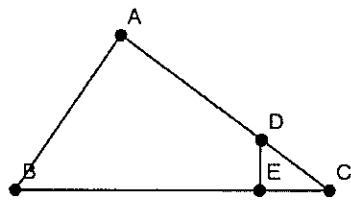


11. 已知 $f_1 = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ ， $f_2 = \frac{1}{1-f_1}$ ， \dots ，依此類推 $f_{n+1} = \frac{1}{1-f_n}$ ，其中 n 為正整數，則 $f_{2013} =$ _____。(請填代號)

(A) $\frac{x}{x+1}$ (B) $1+x$ (C) $\frac{-1}{x}$ (D) x (E) $\frac{1}{x+1}$ 。

12. 大於 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$ 的最小整數為 _____。

13. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, D 在 \overline{AC} 上, $\overline{DE} \perp \overline{BC}$, 若 $\overline{AD}=2\overline{DC}$, $\overline{AB}=4\overline{DE}$, 則 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



14. 當 $\sqrt{(x+5)^2+4} + \sqrt{(x-3)^2+16}$ 有最小值時, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. 設 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 皆為正整數, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_9 < x_{10}$, 已知 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 2013$, 則 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 解方程式: $\frac{x-2}{x-3} + \frac{x-2012}{x-2013} = \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-2010}{x-2011}$, 則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 設 $A = \frac{98 \times 99 \times 100 \times \dots \times 2012 \times 2013}{98^k}$, 若 A 為整數, 則滿足此條件 k 的最大值整數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. $\frac{1}{\sqrt{2}+2} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{4}+4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{99\sqrt{100}+100\sqrt{99}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(請化到最簡型態)

19. 設 a, b, c, d 為整數, 且 $|a-b|=5$, $|b-c|=9$, $|c-d|=11$, $|d-a|=7$, $a+b+c+d=36$, 則 a 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(有兩解, 全對才給分)

20. 有足夠多的藍、白、紅、綠、黃五種顏色的小珠子, 每個人可以任選三顆不同顏色的珠子, 那麼需要有多少人, 才能保證這些人當中至少有 11 人選到珠子的顏色是相同的?
(例如: 都選到紅、藍、白) 答: $\underline{\hspace{2cm}}$ 人。