計算題

當 P 為 F_1 或 F_2 時，易知 ABCD 的面積為 4

當 P 不為 F_1 或 F_2 時，設 $B\left(x_1, y_1\right)$、$D\left(x_2, y_2\right)$，直線 BD 的方程式為 $y=k\left(x+1\right)$

$$\frac{x^2}{3}+\frac{\left[k\left(x+1\right)\right]^2}{2}=1$$

$$\left(3k^2+2\right)x^2+6k^2x+\left(3k^2-6\right)=0$$

$$x_1+x_2=-\frac{6k^2}{3k^2+2}$$

$$x_1x_2=\frac{3k^2-6}{3k^2+2}$$

$$BD=\sqrt{k^2+1}\left|x_1-x_2\right|=\sqrt{\left(k^2+1\right)\left[\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right]}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}\left(k^2+1\right)}{3k^2+2}$$

$$AC=\frac{4\sqrt{3}\left(\frac{1}{k^2}+1\right)}{\frac{3}{k^2}+2}=\frac{4\sqrt{3}\left(k^2+1\right)}{2k^2+3}$$

$$ABCD=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{3}\left(k^2+1\right)}{2k^2+3}\times\frac{4\sqrt{3}\left(k^2+1\right)}{3k^2+2}$$

$$=\frac{24\left(k^2+1\right)^2}{\left(2k^2+3\right)\left(3k^2+2\right)}$$

$$\geq\frac{24\left(k^2+1\right)^2}{\left(\frac{2k^2+3+3k^2+2}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{96}{25}$$

故所求為 $\frac{96}{25}$