

國立中興大學附屬高級中學
106 學年度第 1 次教師甄選筆試試題卷(共兩頁)

數 學 科

填充題(每題依配分計分，共 100 分)，請於答案卷作答，務必寫出題號及答案並附簡略的計算過程，

否則不予計分

1. 求大於 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$ 的最小整數為_____。(5 分)
2. $\triangle ABC$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，且三邊長成等差，求三邊長之比_____。(由大面小)。(5 分)
3. 求 $f(x) = \sqrt{4^x - 5 \times 2^{x+1} + x^2 - 4x + 29} - \sqrt{4^x - 2^{x+3} + x^2 - 2x + 17}$ 之最大值為_____。(5 分)
4. 求 $\sqrt{\log_3 \sqrt{6} + \sqrt{\log_3 2}} + \sqrt{\log_3 \sqrt{6} - \sqrt{\log_3 2}}$ 之值為_____。(5 分)
5. 求滿足不等式 $\log_{x+y} \sqrt{1-x^2} > \log_{x+y} y$ 之所有點 (x, y) 所形成圖形的面積為_____。(5 分)
6. 一個四面體的每一個面都是邊長分別為 6, 9, 9 的三角形，求該四面體體積_____。(5 分)
7. $z \in \mathbb{C}$ 且 $|z| = 1$ ， $|z^2 - z + 1|$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M + m =$ _____。(5 分)
8. 將一個圓分成 12 個相等的扇形，並用紅藍綠三種顏色塗上顏色，相鄰的扇形顏色不同，則有幾種塗色方法_____。(5 分)
9. 空間中有一光源位於 $(0, 2, 2)$ ，將 xz 平面上的圓 $\begin{cases} x^2 + (z-1)^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ 照射在 xy 平面上，求此圓在 xy 平面上的軌跡方程式_____。(5 分)
10. $f(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k)(2k-1)}$ ，求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) =$ _____。(5 分)
11. $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos \frac{2\pi}{n} & -\sin \frac{2\pi}{n} \\ \sin \frac{2\pi}{n} & \cos \frac{2\pi}{n} \end{bmatrix}$ ， $x_1 = 1, y_1 = 0$ ， $\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}, k \in \mathbb{N}$ ，平面上 $O(0,0), P_k(x_k, y_k), P_{k+1}(x_{k+1}, y_{k+1})$ ，所圍三角形面積為 S_k ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \times \sum_{k=1}^n S_k)$ _____。(5 分)

國立中興大學附屬高級中學
106 學年度第 1 次教師甄選筆試試題卷(第二頁)

數 學 科

填充題(每題依配分計分，共 100 分)，請於答案卷作答，務必寫出題號及答案並附簡略的計算過程，

否則不予計分

12. 設 x, y, z 為非負實數，且 $x + 2y + 3z = 1$ 。求 $2x^2y + 12y^2z + 9z^2x$ 的最大值為_____。(10 分)

13. 設 c 為大於 1 的實數， Ω_c 表二次曲線 $y = cx(1-x)$ 與 x 軸所圍的封閉區域，若直線 $y = x$ 將 Ω_c 分成兩塊等面積的區域，求 c 的值為_____。(10 分)

14. 設 P, Q 為橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上兩動點， P 在第一象限， Q 在第二象限，且 $\angle POQ = 90^\circ$ (O 為原點)，求 $\triangle POQ$ 的最小面積為_____。(10 分)

15. 設 A, B, C, D, E, F 為相異的六個新城市，現要開闢新的道路連接這六個城市，規定任兩城市間均可選擇恰鋪一條路或者不鋪路。若兩城市之間可以經由所鋪設之道路，從其中一城市到達另一城市，我們就稱兩城市連通。要使得這六個城市兩兩之間均連通，求鋪路的方法數為_____。(15 分)