

數學成就測驗試卷

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 本試卷共二大題，第一大題填充題 12 題，第二大題計算題 2 題。
2. 請將答案寫在答案卷上。(答案卷附於題目後)
3. 測驗時間從 09:35 到 10:55 共 80 分鐘。
4. 可利用試卷中空白部分計算。
5. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。

一、填充題：每格 6 分，共 78 分

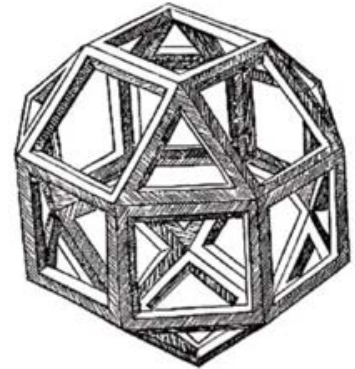
1. 右圖是一個質數幻方(魔方陣)，意思是填入的每一個數都是質數，且每行、每列、及對角線的和都相等。

17	113	d
89	b	e
a	c	101

則 $a - b + 2c =$ _____

2. 已知正 n 邊形共有 $(n+3)$ 條對角線，若其周長為 A ，對角線長之總和為 B ，求 $\frac{B}{A}$ 之值。
3. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足條件： $f(0) = 2$ ， $f(1) = -1$ ，且其圖形在 x 軸上所截得的線段長為 $2\sqrt{2}$ ，則 $a =$ _____。

4. 達文西是歷史上最著名的畫家之一，收藏於法國巴黎羅浮宮的《蒙娜麗莎》是他的代表作之一。他不僅是一位畫家，同時也是建築師、解剖學者、藝術家、工程師、數學家、發明家。右圖是達文西所繪的菱方八面體(rhombicuboctahedron)，1509 年出現在盧卡·帕西歐里(Luca Pacioli)的《神聖比例》(Divina Proportione)中，如果我們想利用竹筷子做出這個多面體，且兩個頂點間只需用一根竹筷子，請問總共需要 _____ 根竹筷子。



5. 麗奈、愛佳、村聖各講了三句話。

麗奈：愛佳 25 歲，我不是最年輕的，愛佳和我相差 3 歲。

愛佳：村聖 23 歲，我比村聖年輕，麗奈比村聖大 3 歲。

村聖：我 22 歲，我比麗奈小 1 歲，我比愛佳大 2 歲。

已知每個人的三句話中只有兩句話是真的，則麗奈幾歲？_____歲

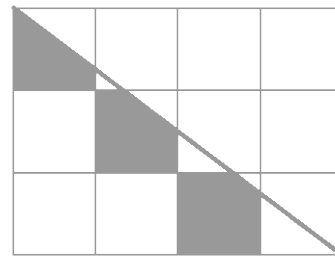
6. 若自然數 x 與 936 的最小公倍數為 4680，問 x 值共有_____個

7. $\frac{\underbrace{111\dots111}_{2011\text{個}1} \underbrace{222\dots222}_{2011\text{個}2}}{\underbrace{333\dots333}_{2011\text{個}3}}$ 的商為 Q ，則 Q 的各位數字之和為 _____。

8. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ ， D 、 E 分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上， $\overline{AD} = \overline{AE} = 2$

且 $\overline{CD} \perp \overline{BE}$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

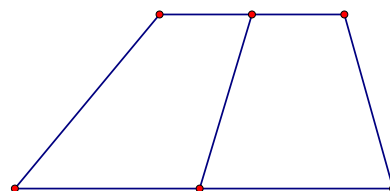
9. 右圖由 12 個邊長 1 公分的正方形構成，則陰影部分的面積為_____ 平方公分。



10. 平面九宮格上的井字棋，是在格字內兩人輪流畫圈叉，誰的圖形先連成一直線，誰就贏；現在有一個 3x3 的透明立方體，總共被隔成 27 個單位立方格，編號為 1,2,...,27，兩人輪流選擇立方格，同時格子會呈現兩人所選定的不同顏色，第一個先使其顏色連成一直線者獲勝，問有多少種某方獲勝的直線呈現方式？

11. 甲、乙兩人同時從學校出發到籃球場，其中甲、乙步行的速度分別為每小時 5 公里、6 公里，兩人騎車的速度皆為每小時 15 公里。若甲先騎車到途中某地將車放下，立即步行前進；乙走到放車處立即騎車前進，當超過甲一段路程後，將車放下，立即步行前進；兩人如此交替用車，最後兩人同時到達籃球場，試問甲、乙兩人從學校到籃球場的平速度為每小時幾公里？

12. 如圖， $ABCD$ 為一梯形且 $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ，設 $\angle ADC = 57^\circ$ ， $\angle DAB = 33^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AD} = 10$ ，若 M 、 N 分別為 \overline{BC} 、 \overline{AD} 之中點，求：(1) $\angle MNA$ 之度數 (2) \overline{MN} 長



二、計算題：共 22 分（無計算過程不予計分）

1. 解聯立方程式：
$$\begin{cases} x^2 = y + 72 \\ y^2 = x + 72 \end{cases} \quad (10 \text{ 分})$$

2. 設數列 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, ... 前 n 項的和是 $f(n)$ ， (12 分)

(1) 給出 $f(n)$ 的公式；

(2) 證明 $f(s+t) - f(s-t) = st$ ，其中 s 和 t 是正整數，並且 $s > t$