

數學成就測驗試卷

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 本試卷共 20 題選擇題，每題答對得 5 分，答錯倒扣 1 分，不答不給分。
2. 每題都只有一個正確或最佳的答案，請用 2B 鉛筆在答案卡上作答。
3. 測驗時間從 08:00 到 09:20 共 80 分鐘。
4. 可利用試卷中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
5. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。

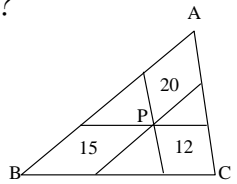
一．選擇題（共 20 題；每題答對得 5 分，答錯倒扣 1 分，不答不給分）

- $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 為黃金分割率，下列哪一個數值不是黃金分割率 r ？
(A) $\frac{1}{r+1}$ (B) $r^2 + r^3$ (C) $\frac{1-2r}{r}$ (D) $\frac{\sqrt{3}r+1}{r+\sqrt{3}+1}$ (E) $\frac{1-2r}{r-1}$
- 將 $\frac{16241}{49950}$ 化為小數時，小數點後第 51 位數字為何？
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
- 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，又 E, M, F, N 分別為 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ 的中點，且 $\overline{EF} = x$ ， $\overline{MN} = y$ ，則 \overline{BC} 為何？
(A) $x+y$ (B) $2x+y$ (C) $x+2y$ (D) $3x+y$ (E) $x+3y$
- 在 $\triangle ABC$ 中，設 a, b, c 分別表 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，已知 $\angle A = 2\angle B$ ， $b = 4$ ， $c = 5$ ，試求 $a = ?$
(A) 5 (B) $2\sqrt{6}$ (C) 6 (D) $3\sqrt{5}$ (E) $3\sqrt{6}$
- 若 a, b, c 為實數滿足 $a^2 - 4b = 1$ ， $b^2 + 2c = 2$ ， $c^2 + 6a = -17$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2 = ?$
(A) 14 (B) 21 (C) 28 (D) 35 (E) 42
- 設 $a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \dots + \frac{1005^2}{2009}$ ， $b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \dots + \frac{1005^2}{2011}$ ，則最接近 $a - b$ 的整數為？
(A) 500 (B) 501 (C) 502 (D) 503 (E) 504
- 有 100 個數 a_1, a_2, \dots, a_{100} ，其中 $a_1 = -2, a_2 = 1$ ，已知 $(a_1 - 2a_2 + a_3)^2 + (a_2 - 2a_3 + a_4)^2 + \dots + (a_{98} - 2a_{99} + a_{100})^2 = 0$ ，則 $a_{49} = ?$
(A) 142 (B) 145 (C) 149 (D) 139 (E) -2
- 利用 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^6 + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^6 = 3904$ ，求小於 $\frac{1}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^6}$ 之最大整數為何？
(A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 62 (E) 63
- 當 $f(x) = x\sqrt{1-2x}$ ($0 \leq x \leq \frac{1}{2}$) 有最大值時， $x = \frac{n}{m}$ (化為最簡分數)，求 $m+n = ?$
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
- 設遞增的正整數列 a_1, a_2, a_3, \dots 滿足 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ($n \geq 1$)，若 $a_7 = 120$ ，則 $a_8 = ?$
(A) 188 (B) 190 (C) 192 (D) 194 (E) 196
- 在銳角 $\triangle ABC$ 中， D 點在 \overline{AB} 上使得 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 且 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\angle BDC = 30^\circ$ ，則 $\angle A =$
(A) 15° (B) 20° (C) 22.5° (D) 25° (E) 30°

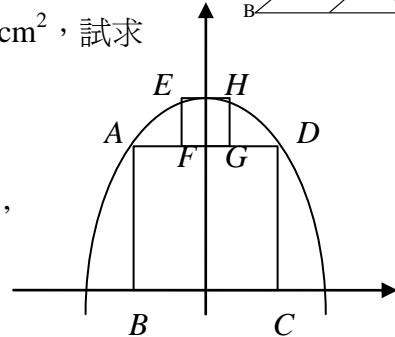
12. 以圓內接正 18 邊形的 18 個頂點為等腰梯形的頂點，共可作出多少個等腰梯形？
 (A) 144 (B) 198 (C) 360 (D) 504 (E) 816
13. $ABCD$ 為一矩形， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 2$ ， P 是 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{AP} = 1$ ，分別在 \overline{BC} 上取一點 Q ，在 \overline{CD} 上取一點 R ，在 \overline{DA} 上取一點 S ，則 $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{SP}$ 之最小值為？
 (A) 10 (B) $2(\sqrt{2} + \sqrt{5})$ (C) $\frac{10 + 4\sqrt{10}}{3}$ (D) $2\sqrt{13}$ (E) $6\sqrt{2}$

14. 設 $f(x)$ 為實數值函數，且對每一個 $x > 0$ 均有 $f(x) + 3f(\frac{2010}{x}) = 8x$ ，則 $f(3) = ?$
 (A) 2010 (B) 4014 (C) -661 (D) 2007 (E) 3377

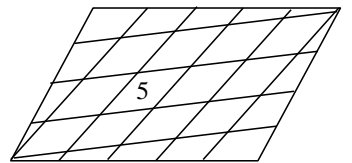
15. 如右圖，過 $\triangle ABC$ 內一點 P 做三邊平行線後將三角形分成三個三角形及三個平行四邊形，已知三個平行四邊形面積為 20、15、 12cm^2 ，試求 $\triangle ABC$ 之面積 = ? cm^2
 (A) 65 (B) 70.5 (C) 72 (D) 80.5 (E) 67.5



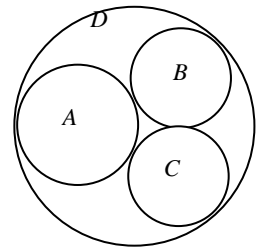
16. 如圖， $ABCD$ 、 $EFGH$ 皆為拋物線 $y = -x^2 + c$ 的內接正方形，且兩正方形邊長比為 5:1，求 $c = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



17. 如右圖，將平行四邊形兩對邊取五等分及四等分，並將等分點連成兩組等距離平行線。已知網狀中的小平行四邊形的面積為 5，試求原來的平行四邊形的面積？
 (A) 97.5 (B) 100 (C) 95 (D) 85 (E) 92.5



18. 如圖所示， A 、 B 、 C 三圓彼此外切且均內切於圓 D ，已知 B 、 C 兩圓全等且半徑均為 1，圓 A 通過圓 D 的圓心，則圓 A 的半徑為多少？
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{8}{7}$ (D) $\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$ (E) $\frac{9}{8}$



19. 設直線 L 和正 $\triangle ABC$ 位於同一平面，若 A 、 B 、 C 三點到直線 L 的距離只有兩個值，且大的距離為小的距離的 2 倍，求滿足這種條件的直線 L 共有幾條？
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

20. 若 $[]$ 表高斯符號 ($[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，如 $[3.2] = 3, [4] = 4$)，設 p, q 為兩質數且滿足方程式

$$\left[\frac{p}{2} \right] + \left[\frac{p}{3} \right] + \left[\frac{p}{6} \right] = q, \text{ 求 } p+q \text{ 的最大值為?}$$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

CBACA DABAD BDDDC ACEEB