

全國高中 104 學年度 學測 模擬考

第壹部分：選擇題（佔 50 分）

一、單選題（佔 20 分）

1. 假設臺電公司為了響應節能減碳政策，公布了 2016 年臺灣夏季用電計費標準如右表。電費計算方式舉例如下：某家人 7 月分使用了 250 度的電，則電費為

夏季每月用電度數	單位：元／度
110 度以下	3
111~330 度	4
331~500 度	5
501 度以上	6

$$110 \times 3 + (250 - 110) \times 4 = 890 \text{ 元。}$$

若阿明家希望將當年七月分(夏季)的電費控制在 1500 元以下，則阿明家七月分的用電度數最多可以是下列哪一個度數？

- (1) 110 度 (2) 263 度 (3) 388 度 (4) 425 度 (5) 500 度

2. 將所有的正奇數依序排列如下所示：

第一列為 1，第二列為 3，5，7，第三列為 9，11，13，15，17，以此類推。

設 A_n 為第 n 列中所有數的總和，試求 $A_{10} = ?$

- (1) 100 (2) 1993 (3) 3439 (4) 6561 (5) 8125

3. 克卜勒的行星運動第三定律：「行星公轉週期的平方，和其橢圓軌道半長軸的三次方成正比。」若以 T 代表行星繞太陽一圈的時間， a 為橢圓軌道上行星到太陽的最近距離與最遠距離的平均，

則克卜勒第三定律可寫為 $T = k \cdot a^{\frac{3}{2}}$ ， k 是一正的常數。對地球而言，到太陽的最近距離與最遠距離的平均是 1 個天文單位($\approx 1.5 \times 10^8$ 公里)，繞行太陽一圈的時間是 1 年。1995 年，美國人海爾與博普分別獨立發現一顆彗星，興為海爾-博普彗星。若已知海爾-博普彗星的最近距離與最遠距離的平均是 186 個天文單位，海爾-博普彗星繞行太陽一圈的時間是 X 年，則 X 最接近下列哪一個數？

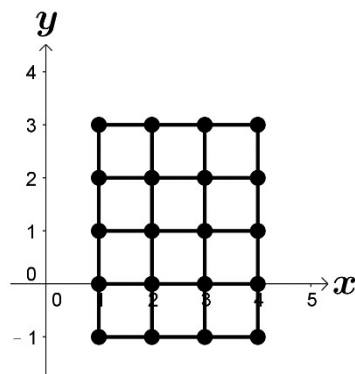
- (1) 2100 (2) 2300 (3) 2500 (4) 2700 (5) 2900

4. 如右圖，坐標平面上有一個矩形，並且分割成 12 個相等的小正方形，

若將所有 12 個小正方形的 20 個頂點的座標 (x, y) 帶入方程式 $x + y = k$

中，則可以得到幾個不同的 k 值？

- (1) 4 (2) 8 (3) 12 (4) 16 (5) 20



二、多選題（佔 30 分）

5. 下列敘述哪些正確？

(1) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，公差為 d ，則數列 $\langle 2^{a_n} \rangle$ 是等比數列，公比為 2^d

(2) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，公差為 d ，則數列 $\langle a_n^2 \rangle$ 也是等差數列，公差為 d^2

(3) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，公比為 r 且各項均大於 0，則數列 $\langle \log a_n \rangle$ 也是等比數列，公比為 $\log r$

(4) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，公差為 d ，則數列 $\langle 5^{a_n+1} \rangle$ 是等比數列，公比為 5^d

(5) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，公比為 r 且各項均大於 0 ，則數列 $\langle \log a_n \rangle$ 的奇數項是等差數列且公差為 $2r$

6. 設變量 X 與 Y 有 20 筆 (x_i, y_i) 的數據資料，若 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ 的算術平均數 $\mu_X = 45$ 及標準差 $\sigma_X = 2$ ； $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{20}$ 的算術平均數 $\mu_Y = 50$ 及標準差 $\sigma_Y = 4$ 。而另一組變量 U 與 V 的數據資料 (u_i, v_i) 滿足 $u_i = 2x_i + 5$ ， $v_i = -3y_i + 1$ ，若變量 X 與 Y 的相關係數為 $r_{(X,Y)}$ ，變量 U 與 V 的相關係數為 $r_{(U,V)}$ ，則下列敘述哪些正確？

(1) $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{20}$ 的算術平均數是 95 (2) $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{20}$ 的標準差 12

(3) $r_{(X,Y)} = r_{(U,V)}$ (4) Y 對 X 的迴歸直線一定會通過點 $(45, 50)$

(5) Y 對 X 的迴歸直線與 V 對 U 的迴歸直線相同

7. 臺灣目前有 S 和 H 兩便利商店系統，根據市場調查：每年 S 商店系統保有 75% 的顧客，而有 25% 轉向 H 商店系統；而 H 商店系統保有 50% 的顧客，另有 50% 轉向 S 商店系統。若已知前 S 與 H 兩商店系統的市場占有率分別為 60% 及 40% ，而市場的消費總人數不變，下列各敘述哪些正確？

(1) 第一年後， S 商店系統的市場占有率為 65%

(2) 第二年後， H 商店系統的市場占有率為 30%

(3) 若便利商店經營會趨於穩定，在穩定狀態下， S 商店系統的市場占有率約為 66.7%

(4) 若便利商店經營會趨於穩定，在穩定狀態下， H 商店系統的市場占有率約為 33.3%

(5) 在穩定狀態下， S 商店系統的市場占有率與 H 商店系統的市場占有率之比約為 $2:1$

8. 已知平面上有一平行四邊形 $DEFG$ ，將平行四邊形 $DEFG$ 用等距離的平行線進行分割，構成右圖，其中每一個小四邊形都是菱形。圖中有兩向量

\vec{OA} 、 \vec{OB} ，若 P 為平面上任一點，設

$\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，其中 x, y 為實數，則下列敘述哪些正確？

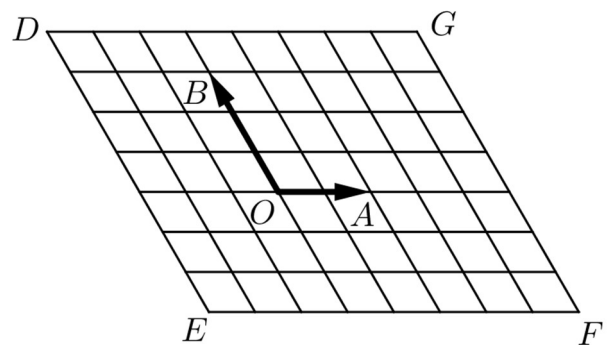
(1) 若 $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ ，則 P 點位於四邊形 $DEFG$ 內部

(2) 若 $(x, y) = (2, 3)$ ，則 P 點位於四邊形 $DEFG$ 內部

(3) 若 $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$ ，則 P 點位於四邊形 $DEFG$ 外部

(4) 若 $(x, y) = \left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ ，則 P 點位於四邊形 $DEFG$ 外部

(5) 若 $(x, y) = (-1, 2)$ ，則 P 點、 A 點與 B 點三點共線



9. 同時擲四顆公正骰子，則關於下列各事件的機率(以下不同的字母代表不同的點數)，請選出正確的選項。

(1) 出現「點數皆相異(型如： a, b, c, d)」的機率為 $\frac{5}{18}$

(2) 出現「恰兩對(型如： a, a, b, b)」的機率為 $\frac{5}{36}$

(3) 出現「恰一對(型如： a, a, b, c)」的機率為 $\frac{5}{9}$

(4) 出現「恰三個同點，另一個不同點(型如： a, a, a, b)」的機率為 $\frac{5}{108}$

(5) 出現「恰四個同點(型如： a, a, a, a)」的機率為 $\frac{1}{216}$

10. 已知空間坐標系中兩點 $A(-1, 3, 5)$ ， $B(1, 5, 4)$ ，平面 $E: x - y + z + 1 = 0$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 直線 AB 的對稱比例式可以表示為 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-4}{1}$

(2) 直線 AB 與平面 E 的交點為 $(3, 7, 3)$

(3) 包含直線 AB 且與平面 E 垂直的平面為 $x - 3y - 4z + 30 = 0$

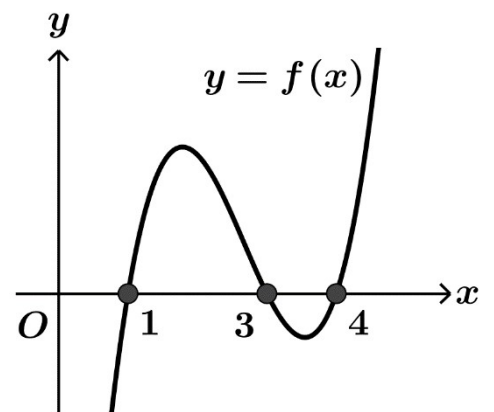
(4) 若平面 E 的法向量與直線 AB 的夾角是 θ ，則 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{9}$

(5) \overline{AB} 在平面 E 上的投影長度為 $\frac{\sqrt{78}}{3}$

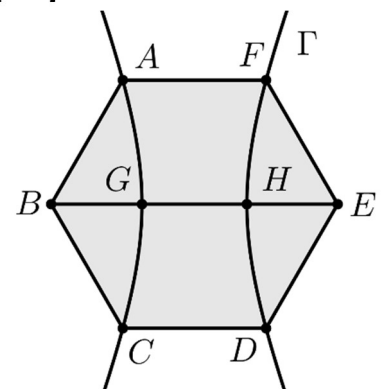
第貳部分：選填題（佔 50 分）

A. 已知二次函數 $y = x^2 + ax + b$ 與 x 軸交於 $A(1, 0)$ 與 $B(4, 0)$ 兩點，則直線 $y = ax + b$ 與兩坐標軸所圍成的三角形面積為_____。

B. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 之圖形如右，若不等式 $f(x+3) < 0$ 的解為 $x < \alpha$ 或 $\beta < x < \gamma$ ，則 $\alpha + \beta + \gamma =$ _____。



C. 阿明同學畫了一個圖，如右圖，其中正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 1，曲線 Γ 為一雙曲線，頂點 B 和頂點 E 為雙曲線 Γ 的兩焦點，其餘四個頂點 A, C, D, F 落在 Γ 上， \overline{BE} 交雙曲線 Γ 於 G, H 兩點，試求 \overline{GH} 的長度為_____。



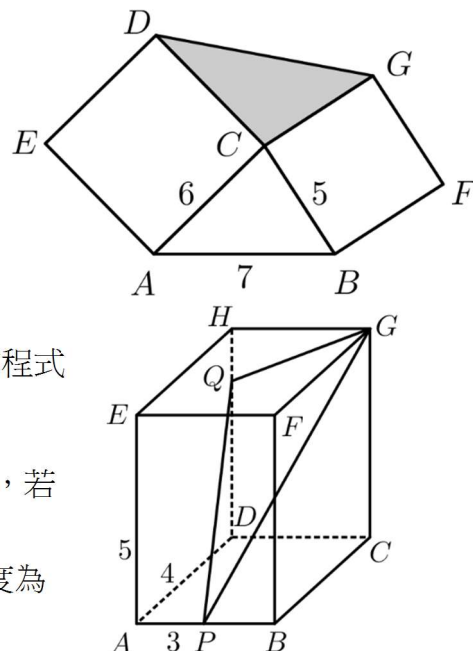
D. 若坐標平面上相異四點 $A(8,0)$, $B(4,-2)$, $C(9,3)$, $D(k,8)$

落在同一圓周上，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

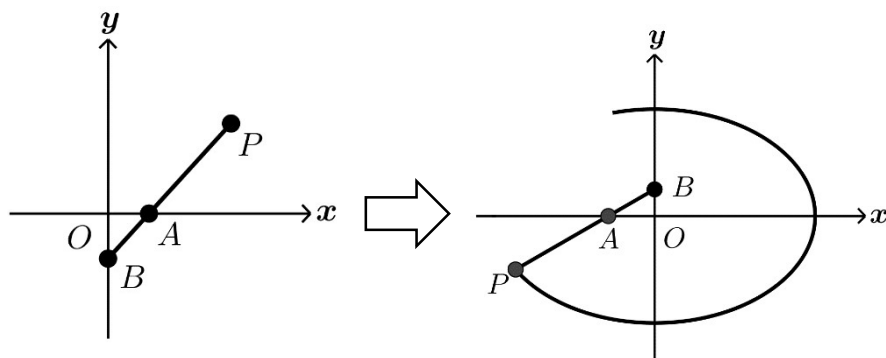
E. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CA} = 6$, 分別以 \overline{AC} , \overline{BC} 為邊，向外作正方形 $ACDE$ 以及正方形 $BCGF$ 。試求 $\triangle GCD$ 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

F. 已知實係數方程式 $x^3 + x^2 - x + 15 = 0$ 有一虛根為 $1+2i$, 試求此方程式的實根為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

G. 如右圖，在長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB} = 3$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{AE} = 5$, 若 P 在 \overline{AB} 上， $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$, 而 Q 在 \overline{DH} 上移動，則當 \overline{DQ} 的長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 時， $\triangle PQG$ 的面積有最小值。



H. 阿明在網路上發現能繪製橢圓的橢圓規：如下圖， \overline{AB} 、 \overline{AP} 為橢圓規臂， P 點為筆尖所在位置。畫橢圓時先固定十字底座 O ，調整 P 點位置後將之鎖緊在規臂上，即可開始旋轉橢圓規。橢圓規臂旋轉時， A 點保持在橫軸滑動、 B 點保持在縱軸滑動，當規臂轉完時， P 點的軌跡即為橢圓。若在十字底座架上坐標，橫向為 x 軸，縱向為 y 軸，十字中央為原點，且 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AP} = 2$, 則此橢圓規所繪製成的橢圓方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



I. 銀行一般常用的貸款的還款方式之一：「本息平均攤還法」其計算方式為：採每月複利計息一次，將貸款期間內全部貸款本金與利息平均分攤於每一期中償付，使得每期繳納相同的金額。

例如：某甲如果向銀行貸款 15 萬元，年利率為 1.2% (月利率=年利率÷12)，每月複利一次，貸款期限為 3 個月，則到期後需償還的本利和為 $150000(1+0.1\%)^3$ 元，使用本息平均攤還法時，假設

每月須繳款 x 元，則 $x + x(1+0.1\%) + x(1+0.1\%)^2 = 150000(1+0.1\%)^3$ ，解得 x 的近似值約為

50100，因此某甲每月須繳納的金額為 50100 元。

假設銀行願意貸款給民眾的房貸金額(本金)是以每月房貸支出(本利和)不超過月收入的三分之一為原則。如果阿明夫婦打算向銀行貸款 500 萬買房子，假設銀行房屋貸款的年利率為 2.4%，期限為 20 年，採「本息平均攤還法」每月複利計息一次，則阿明夫婦的月收入至少要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 萬元 (小數點後無條件進位至整數)。

J. 艾菲爾鐵塔是一座於西元 1889 年建成位於法國巴黎戰神廣場上的鏤空結構鐵塔。艾菲爾鐵塔是世界建築史上的傑作，因而成為巴黎的一個重要景點。很久很久以前，阿明先生帶著太太來到巴黎度蜜月，於是在塞納河乘坐渡輪觀賞這浪漫的風景。乘船過程中：

阿明太太(一路尖叫)：這景色好美麗，好浪漫，好幸福喔！

阿明先生(心中暗想)：目前渡輪以每分鐘 100 公尺的速度等速直線前進，艾菲爾鐵塔塔頂的仰角在 6 分鐘前為 45° ，4 分鐘前為 45° ，現在是 30° 。

阿明先生(大聲尖叫)：啊哈！我知道艾菲爾鐵塔的高度了！

阿明太太(茫然無言)：……

聰明的同學，請你幫忙告訴阿明太太，阿明先生測得的艾菲爾鐵塔高度是_____公尺。

常用對數表 ($\log_{10} N$)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456

全國高中 104 學年度 學測 模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 50 分）

1. 3

5. 14

9. 135

2. 3

6. 124

10. 235

3. 3

7. 1345

4. 2

8. 35

第貳部分：選填題（佔 50 分）

A. $\frac{8}{5}$

E. $6\sqrt{6}$

H. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

B. -1

F. -3

I. 8

C. $\sqrt{3}-1$

G. $\frac{7}{2}$

J. $200\sqrt{3}$

D. 4

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，

歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。