台中一中 100 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科試題

班級、座號、姓名劃錯者扣 10 分。滿分以 100 分計算。　　　　　　　　　　　　　　　　　　**科目代碼：03**

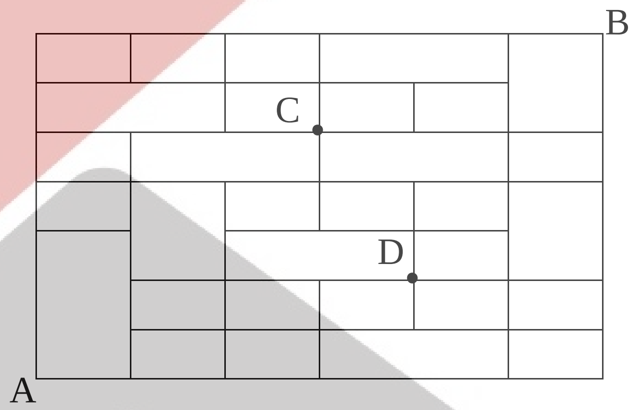
一年____班____號　姓名：__________

一、多選題：(每題 10 分，共 30 分。每題有五個選項，其中至少有一個選項是正確的，每答對一個選項得 2 分，答錯不倒扣)

1. 一中鎮裡恰有兩個里，景賢里和莊敬里。景賢里的人都只回答實話，莊敬里的人都只回答謊話。一天有個數學家到一中鎮來參觀，有甲、乙兩個鎮民爭著當這個數學家的導遊。數學家想知道他們分別住在哪個里，就叫甲去問乙，乙是否住在景賢里，結果甲回答數學家：「乙說他住景賢里。」則下列選項哪些正確？______________。

(1) 乙不可能說自己住在莊敬里。
(2) 甲可能住在景賢里。
(3) 甲可能住在莊敬里。
(4) 乙可能住在景賢里。
(5) 乙可能住在莊敬里。

2. 道路如圖，限定方向只能向上、向右、向下，道路不重複走。以下考慮由起點 A 到終點 B 的走法數，已知：
(a)全部之走法有 p 種。
(b)不經過 C 之走法有 q 種。
(c)不經過 D 之走法有 r 種。
(d)不經過 C 且不經過 D 之走法有 s 種。
則下列選項哪些正確？__________________。



(1) 經過 C 之走法有 $p-q$ 種。
(2) 不經過 C 或不經過 D 之走法有 $q+r$ 種。
(3) 經過 C 但不經過 D 之走法有 $r-s$ 種。
(4) 經過 C 且經過 D 之走法有 $p-q-r+s$ 種。
(5) 經過 C 或經過 D 之走法有 $p-s$ 種。

3. 小欣、小展、小彬三人進行馬拉松式桌球大戰，比賽規則如下：每局兩人單打比賽，另一人當裁判，每一局的輸方去當下一局的裁判，而由原來的裁判向勝者挑戰。經過半天大戰結束後，發現小欣共打 10 局，小彬共打 19 局，而小展共當裁判 8 局，則下列選項哪些正確？______________。

(1) 小欣和小彬共打 8 局。
(2) 小展共打 12 局。
(3) 小欣共當裁判 11 局。
(4) 整個比賽的第 1 局是小展當裁判。
(5) 整個比賽的第 8 局輸方必為小欣。

二、 填充題： (每題 7 分，共 63 分。每題選項全對才給分)

A. 求$1^2+1^2+2^2+2^2+2^2+3^2+3^2+3^2+3^2+\cdots+10^2+10^2+10^2+\cdots+10^2$之和為____(4)(5)(6)(7)____。
(說明：1^2有 2 個，2^2有 3 個，…，k^2有$k+1$個，…，10^2有 11 個。)

B. 在三位數中，百位數與個位數之差的絕對值為 3 的數，共有____(8)(9)(10)____個。

C. 已知數列$<a_n>=<2011,2012,1,-2011,\cdots>$，這個數列的規律是從第二項起，每一項都等於它的前後兩項之和，即 $a_n=a_{n-1}+a_{n+1},n\geq 2$，則此數列前 2012 項和$S_{2012}$之值為____(11)(12)(13)(14)____。

D. 在 1 和 2 之間插入n個數$a_1,a_2,\cdots,a_n$，使這$n+2$個數成等差數列，若$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，則$\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{S_kS_{k+1}}$之值為$\frac{(15)(16)}{(17)(18)(19)}$。(請化為最簡分數)

E. 等差數列$<a_n>$中，若前 11 項和$S_{11}=33$，$a_{k-5}=27$(k為某個大於11的正整數)及前k項和$S_k=315$，求k之值為 (20)(21) 。

F. 設數列$<a_n>$的前n項和$S_n=2a_n-2012$，求$\frac{S_{20}}{S_{10}}$之值為____(22)(23)(24)(25)____。

G. 若兩非空集合 A、B 滿足下列條件：

(a) $A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$

(b) $A\cap B=\phi$

(c) A 的元素個數不是 A 的元素

(d) B 的元素個數不是 B 的元素

求滿足這些條件之(A,B)序對有____(26)____個。

H. 刪去正整數數列$1,2,3,\cdots$中的所有完全平方數,仍維持由小到大的順序得到一個新數列$<a_n>$,求此數列前 225 項和為 (27)(28)(29)(30)(31) 。

I. 設$<a_n>$是集合$\{2^s+2^t\mid 0\leq s<t$且$s,t\in Z\}$中所有的數從小到大排列所成的數列，即$a_1=2^0+2^1=3$，$a_2=2^0+2^2=5$，

$a_3=2^1+2^2=6$，$a_4=9$，$a_5=10$，$a_6=12$，$\cdots$，則第 60 項a_{60}為____(32)(33)(34)(35)____。

三、證明與計算題：(共 10 分，**請寫出詳細過程於答案紙上**，否則不予計分)

1. 設數列$<a_n>$滿足$a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n+1\ (n\in N)$，則：

(1)求出a_2、a_3、a_4。(3 分)

(2)試猜測 $<a_n>$ 一般項之通式(以 n 表示之)。(2 分)

(3)利用數學歸納法驗證(2)之猜測是正確的。(不使用數學歸納法不予計分)(5 分)

試題結束！

台中一中 100 學年度第二學期第一次期中考一年級數學科答

考試後請繳回此卷及答案卡！

一年____班____號　姓名：__________

三、證明與計算題：(共 10 分，**請寫出詳細過程於答案紙上**，否則不予計分)

1. 設數列 $<a_n>$ 滿足 $a_1 = 3$，$a_{n+1} = 2a_n + 1\ (n \in N)$，則：

(1)求出 a_2、a_3、a_4。(3 分)

(2)試猜測 $<a_n>$ 一般項之通式(以 n 表示之)。(2 分)

(3)利用數學歸納法驗證(2)之猜測是正確的。(不使用數學歸納法不予計分)(5 分)