國立臺中文華高級中學 105 學年度第二次教師甄選
數學科專業知能試題本(填充題部分)

測驗說明：

一、本測驗分成二大題：填充題及計算證明題。

二、填充題請將正確答案填入正確的題格中，分式須化至最簡，根式須有理化，否則不予計分，全對才給分，不需計算過程。

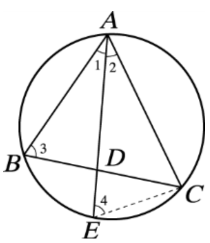
三、計算證明題：請自行標清楚題號再作答，須詳列計算過程或說明理由，分段給分。

一、填充題(每題 5 分，共 80 分，全對才給分。)

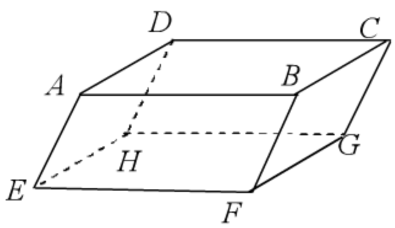
1. 設函數 $y=\log_2(32x)$ 在直線 $x=3$、$x=8$ 及 x 軸之間所圍的面積為 A，函數 $y=\log_2(x+2)$ 在直線 $x=1$、 $x=6$ 及 x 軸之間所圍的面積為 B ，則 $A-B=$______。

2. 若複數 $z+2$ 的主幅角是 $\frac{\pi}{3}$ ，$z-2$ 的主幅角是 $\frac{5\pi}{6}$ ，則複數 $z=$______。

3. 如圖，$\angle BAC=60^\circ$，$\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 之角平分線。若 $\overline{AD}=6$，$\overline{AE}=8$，則 $\triangle ABC$ 之面積為______。



4. 如圖，$ABCD-EFGH$ 為一個平行六面體，若 $\overline{AE}=5$，$\overline{EH}=6$ ，$\overline{EF}=7$ ，且 $\cos\angle AEH=\frac{2}{5}$ ，$\cos\angle AEF=\frac{3}{5}$ ，$\cos\angle HEF=\frac{2}{3}$ ，試求 $\overline{AG}=$______。



5. 求滿足不等式$\log_{\frac{1}{2}}\left(-x^2-y^2+2y\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(2y-1\right)$之點$\left(x,y\right)$所在區域的面積為______。

6. 解方程式$\sqrt{x^2-10\sqrt{3}x+95}+\sqrt{x^2+10\sqrt{3}x+95}=20$，可得$x=$______。

7. 李、胡兩家各有五口人，分別是父親、母親及 3 個小孩，某日兩家相約搭火車出遊，買了十張票恰分散在兩節車廂，且每節車廂各坐 5 人，若隨意分組搭乘，則每節車廂均有兩位大人的機率為______。

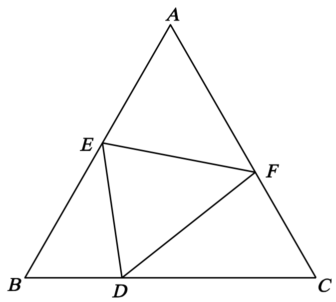
8. 設$f(x)$為x的多項式，若對所有實數x，$8f(x^3)-x^6f(2x)-2f(x^2)+12=0$恆成立，求$f(x)=$________。

9. 設$\triangle ABC$的三邊長為a，b，c，且a，b，c為方程式$x^3-18x^2+107x-210=0$的三根，求$\triangle ABC$的面積為________平方單位。

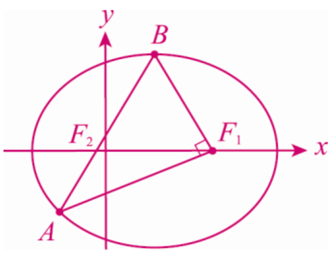
10. 已知兩定點$A(1,2,-3)$，$B(5,-4,1)$與一平面E：$x-2y+3z-16=0$，若P點在平面E上，則P點坐標為________時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$有最小值。

11. 有一組唯一的正整數解$\left(x,y\right)$滿足方程式$x^2-2xy+105y^2=2016$，求$\left(x,y\right)=$________。

12. 如圖，在正$\triangle ABC$中，將頂點A摺至D，D在$\overline{BC}$上，若$\overline{BD}=1$且$\overline{CD}=2$，則$\overline{EF}$之長為______。



13. 一長軸在水平線上的橢圓$\Gamma:\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，設$F_1$，$F_2$為兩焦點，點$B$為短軸上之頂點，$\overline{AB}$為過$F_2$之焦弦，若$\angle AF_1B=90^\circ$，則兩焦點$\overline{F_1F_2}$的長度為________。



14. 求 $1^2C_1^8\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)^7+2^2C_2^8\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{4}{5}\right)^6+3^2C_3^8\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^5+\cdots+k^2C_k^8\left(\frac{1}{5}\right)^k\left(\frac{4}{5}\right)^{8-k}+\cdots+8^2C_8^8\left(\frac{1}{5}\right)^8=$ ______。

15. 直線 $L:\begin{cases}x+y+z=3\\x+y+12z=3\end{cases}$ 在平面 $E:3x-2y+z=6$ 上的正射影為直線 $L':x=\frac{y-p}{m}=\frac{z-q}{n}$，求數對 $(m,n)=$ ______。

16. 如圖，直角三角形 ΔABD 中，已知 $\angle A=90^\circ$，C 為 $\overline{AD}$ 上的點，且 $\overline{AB}=15$，$\overline{BC}=17$，ΔBDC 的內切圓半徑為 $\frac{10}{3}$，ΔBDC 之內切圓與其三邊相切於 F、G、H 三點(如圖)，則 $\overline{BD}=$ ______。