

**國立臺中文華高級中學 100 學年度第一次教師甄選
數學科測驗題解答**

數學科填充題答案

1	$\frac{-1006}{1005}$	9	20
2	$\frac{-4}{25}$	10	60
3	4200	11	$\frac{2}{3} < P < 1$
4	$5\sqrt{13}$	12	$\frac{16}{3}$
5	$\frac{17}{16}$	13	$f(x) = x^2 + x + \frac{1}{6}$
6	16	14	71
7	$5 - \sqrt{13}$	15	$\frac{1}{\sqrt{7}}$
8	4	16	$\frac{8}{\sqrt{35}}$

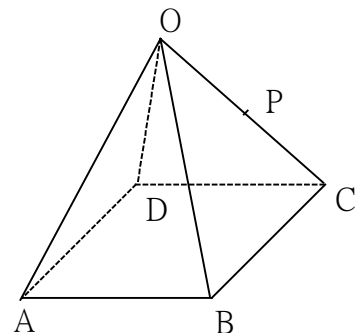
測驗說明：

1. 本試題分為兩部分：填充題與計算證明題。
2. 題目共兩頁，請依序於答案卷上作答，不需抄題，填充題不需列出計算過程，計算證明題請清楚標明題號再作答，並詳列演算過程或理由。
3. 不得自行攜帶計算紙張(試務中心會提供一張計算紙)或使用量尺工具、計算機等電子產品。

一、填充題(第 1 題至第 8 題每題 4 分，第 9 題至第 16 題每題 6 分，共 80 分)

1. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$ ，若 $f(2)=2011$ ，試求 $f(f(2)) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 試求 $\int_0^2 x^2(1-x)^{23} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 將甲乙丙丁戊己庚七人分成 A、B、C、D 四組(每組至少一人)，若甲乙丙三人均不同組，其分法數有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。
4. 設 $x>0$ ，求方程式 $\sqrt[3]{x+18} - \sqrt[3]{x-18}=3$ 的解 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + x + 2 = 0$ 的四根為 a, b, c, d , 則 $\frac{1}{2-a} + \frac{1}{2-b} + \frac{1}{2-c} + \frac{1}{2-d} =$ _____。
6. 空間坐標中, 設 $0 \leq x + 2y \leq 6$, $-1 \leq x - 3y + z \leq 3$, $1 \leq x + 3y - 2z \leq 7$ 所圍成的平行六面體為 Γ , 則 Γ 的體積 _____。
7. 曲線 $\Gamma: 3x^2 + 6xy + 7y^2 - 12 = 0$ 上一點 $P(h, k)$, 則 $h^2 + k^2$ 最小值為 _____。
8. 設 P 為雙曲線 $\Gamma: x^2 + 6xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0$ 上任一點, F 與 F' 是 Γ 的兩個焦點, $|\overline{PF'} - \overline{PF}| =$ _____。
9. 若 $k = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}}$, 求 $[k] =$ _____。
10. 某百貨公司想在周年慶時辦理抽獎遊戲, 辦法如下: 設置 3 個不同的抽獎箱, 每個抽獎箱中至少有 1 個球且只有 1 個紅球, 其它皆為白球, 而從 3 個抽獎箱都抽出紅球者即為中獎, 百貨公司希望這遊戲中獎的機率是 $\frac{1}{200}$, 試問 3 個抽獎箱內白球球數的配置有 _____ 種方法。
11. 假設每一架飛機的引擎在飛行中出現故障率為 $1 - p (p < 1)$, 且各引擎是否有故障是獨立的, 如有至少 50% 的引擎能正常運行, 飛機就可成功飛行。若 4 引擎飛機比 2 引擎飛機更為安全, 求 p 的範圍 _____。
12. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^5 + 3^5 + \dots + (2n-1)^5}{n^6} =$ _____。
13. 已知 $f(x)$ 是連續函數且 $\int_{x-1}^x f(t) dt = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$, 求 $f(x) =$ _____。
14. 箱子裡有若干個大小相同的號碼球, 其中 i 號球有 i 個 ($i = 2k - 1, k = 1, 2, \dots, 50$)。從箱子裡取出一球, 每球被取的機會均等。今計算該球之球號與某數 a 之差的絕對值。為使這些差的絕對值之期望值為最小, 求 a 值為 _____。
15. 四角錐 $OABCD$ 中, $ABCD$ 為正方形, $\triangle OCD$ 為正三角形, 平面 OCD 垂直平面 $ABCD$, 若兩平面 $OB D$ 與 OBC 所夾銳角為 θ , 求 $\cos \theta =$ _____。



16. 平面上有兩個橢圓，其中一個橢圓為 $\Gamma_1 : x^2 + 2y^2 = 1$ ，另一個橢圓 Γ_2 為 Γ_1 繞原點逆時針旋轉 60° 。已知這兩個橢圓相交於四個點，逆時鐘順序依次連成一個四邊形，請問該四邊形的面積_____。