97 台中二中數學科

一、填充題

1. 若$\left[(|x|-2)^2+(|y|-2)^2-4\right]\bullet\left(x^2+y^2-4\right)\le 0$，試求$x,y$在坐標平面上所形成的範圍面積為_____

2. 在一個邊長為 1 的正四面體中，放入大小相同的 20 顆球，試求球的最大半徑為______

3. 有一不公平的試驗，每一次成功的機率為$\frac{1}{3}$，不成功的機率為$\frac{2}{3}$，請問一直試驗到第一次成功的次數期望值為_________

4. α,β為$x^2+32x-64=0$二根，則$\sqrt[3]{\alpha}+\sqrt[3]{\beta}=$__________

5. 假設王建民投球勝、敗、平手之機率各為$\frac{1}{3}$，若和其他隊伍比賽 6 場勝多於敗之機率為$\frac{n}{m}$（化成最簡分數），則$m+n=$__________

6. 令$A=\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&-\sqrt{3}\\\sqrt{3}&1\end{pmatrix}$，若 m、n、p 皆為自然數且滿足$A^mB^n=2^{10-p}I_2$，則$(m,n,p)=$__________

7. ΔABC中，已知$\overline{AB}=12$、$\overline{BC}=9$、$\angle B=60^0$，若四邊形 PQRS 為矩形，其中 P 在$\overline{AB}$上，Q、R 在$\overline{BC}$上，S 在$\overline{AC}$上，求矩形 PQRS 對角線最大值為__________

8.

二、計算證明題

9. $0\le x<2\pi$，試解$2\log_{\sin x}\cos x\le\log_{\csc x}\sec x$，$x$的範圍為______________

10. 若$|Z|=1$且滿足$Z^{28}-Z^8-1=0$的複數共有 n 個，假設$z_k=\cos\theta_k+i\sin\theta_k$，其中$0^0\le\theta_1<\theta_2<\theta_3<..........<\theta_n<360^0$，則(1)$n=$？(2)求$\theta_1+\theta_3+\theta_5+..........+\theta_{n-1}=$

11. $\langle a_n\rangle$為等差數列，若$4\le a_1+a_2\le 8$，$-4\le a_3+a_4-a_7\le 4$，則a_6的最大值等於？

12. 橢圓之中心為 O，長軸頂點為 A、B，若 P 為橢圓上一點，過 P 點作一切線 L，過 A 點作一切線 M，且直線 L 和直線 M 交於 Q 點，試證明：$\overline{BP}//\overline{OQ}$

13. a,b,c為ΔABC三邊長，試證明$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\ge\sqrt{a+b-c}+\sqrt{b+c-a}+\sqrt{c+a-b}$

14.

15. ΔABC中，P 為內部一點，過 P 點作垂足分別交$\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$於 D、E、F 三點，若$\frac{\overline{BC}}{\overline{PD}}+\frac{\overline{AC}}{\overline{PE}}+\frac{\overline{AB}}{\overline{PF}}$有最小值，則此時 P 點的位置為？（請寫證明過程）