

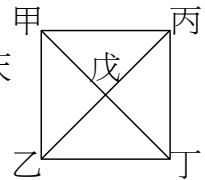
台中縣九十五學年度高級中學教師聯合甄選 數學 科專業科目試題

一、單一選擇題：(每答對一題得 5 分，不答不給分，答錯則倒扣  $\frac{5}{4}$  題分，至本大題 0 分為止)

1. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為實數，如果  $\log_2[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)] = \log_3[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)] = \log_5[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)] = 0$ ，則下列何者正確？(A)  $x < y < z$  (B)  $z < x < y$  (C)  $z < y < x$  (D)  $y < z < x$  (E)  $x < z < y$
2. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為自然數，滿足  $[a, b] = 7200$  的數對  $(a, b)$  共有幾組？(A) 295 (B) 275 (C) 250 (D) 225 (E) 200
3. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  均為實數，且  $a + b + c + d = 9$ ， $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 27$ ，若  $d$  的最大值為  $m$ ，最小值為  $n$ ，則  $m + n =$  (A)  $\frac{9}{2}$  (B)  $\frac{81}{4}$  (C)  $\frac{14}{3}$  (D)  $\frac{16}{5}$  (E)  $\frac{109}{20}$
4. 求  $\tan \frac{\pi}{13} \tan \frac{2\pi}{13} \tan \frac{3\pi}{13} \dots \tan \frac{6\pi}{13} =$  (A)  $\frac{\sqrt{6}}{32}$  (B)  $\frac{\sqrt{13}}{64}$  (C)  $\frac{\sqrt{11}}{32}$  (D)  $\sqrt{11}$  (E)  $\sqrt{13}$
5. 設  $a$ 、 $b$  為整數滿足  $5a^2 + 8ab + 5b^2 - 10a - 8b = 0$  的數對  $(a, b)$  共有幾組？(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 16
6. 考慮一次方程組  $M_t \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ，其中  $M_t = \begin{bmatrix} t & 1 \\ 3-t & t+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ t+3 & 3t+1 \end{bmatrix}$ ， $t$  為實數；則此方程組恆有解的充分且必要條件為何？(A)  $t \notin \{-1, -3, -5\}$  (B)  $t \notin \{1, -3, -5\}$  (C)  $t \notin \{-1, 3, 5\}$  (D)  $t \notin \{1, -3, 5\}$  (E)  $t \notin \{1, 3, 5\}$

二、複選題：(7~8 題每題 5 分；9~18 題每題 6 分，每題每個選項獨立計分，每個選項答對得  $\frac{1}{5}$  題分，答錯則倒扣  $\frac{1}{5}$  題分，至本大題 0 分為止)

7. 設  $1 < a < b < c < 30$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為整數，將  $1$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  四個數兩兩相加，其和由小而大排序可形成六個數的等差數列，且總和為 201，則下列敘述何者正確？(A)  $b - a = 9$  (B)  $c - a = 14$  (C)  $a + b = 37$  (D)  $b + c = 51$  (E)  $a + b + c = 65$
8. 某人因經商需要經常於甲、乙、丙、丁、戊五地之間來回(如圖)，若今天在甲地隔天必在鄰地(乙、丁、戊)的機率相等，若今天此人在甲地，則三天後此人在甲地的機率，下列何者正確？(A) 在甲地的機率  $\frac{7}{27}$  (B) 在乙地的機率  $\frac{1}{9}$  (C) 在丙地的機率  $\frac{1}{9}$  (D) 在丁地的機率  $\frac{7}{27}$  (E) 在戊地的機率  $\frac{1}{9}$



台中縣九十五學年度高級中學教師聯合甄選 數學 科專業科目試題

9. 設兩個球心相同的球面  $S_1$ 、 $S_2$ ，其中  $S_2$  的半徑是  $S_1$  半徑的 3 倍，假設有一平面 E 與  $S_1$  相交的圓面積為  $15\pi$ ，平面 E 與  $S_2$  相交的圓面積為  $a\pi$ ，問  $a$  可能為下列何值？(A) 125 (B) 130 (C) 135 (D) 140 (E) 150
10. 關於函數  $y=9\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)+5$  的敘述下列何者正確？(A)  $y$  的最小值為 5 (B)  $y$  的最大值為 86 (C)  $y$  的最小值為  $\frac{29}{4}$  (D) 最大值發生時  $x$  為無理數 (E) 最小值發生時  $x$  為有理數
11. 若方程組  $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$  有一組非零解  $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}$ ，而  $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=1 \end{cases}$  為另一方程組(\*)  $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$  的一組解，則下列何者為方程組(\*)之解？  
 (A)  $x=1, y=0, z=-1$  (B)  $x=-4, y=4, z=-4$  (C)  $x=1, y=-2, z=5$   
 (D)  $x=5, y=-6, z=7$  (E)  $x=6, y=-8, z=10$
12. 在一個熱天裏，四對夫妻共喝掉 44 瓶可樂，芳怡喝 2 瓶，怡萱喝 3 瓶，思琪喝 4 瓶，鳳靈喝 5 瓶。陳先生與他太太喝同樣多瓶，但其餘三位先生都喝得比他們的太太多：李先生是他太太的兩倍，葉先生是他太太的三倍，黃先生是他太太的四倍。試問四位女士的先生各為何人？(A) 鳳靈是陳太太 (B) 思琪是葉太太 (C) 芳怡是黃太太 (D) 怡萱是李太太 (E) 鳳靈是李太太
13.  $x^{30}$  除以  $(x^2+1)(x+1)^2$  的餘式為  $ax^3+bx^2+cx+d$ ，則(A)  $a=-14$  (B)  $b=-13$  (C)  $c=-13$  (D)  $c+d=-14$  (E)  $a+b+c+d=-14$
14. 設 P 為雙曲線方程式  $7x^2-6xy-y^2-26x+2y+7=0$  上一點，且 F、F' 為其焦點，則下列敘述何者為真？(A)  $|PF-PF'|=4$  (B) 中心點座標  $(-2,1)$  (C) 貫軸方程式  $x+3y+5=0$  (D) 共軛軸長 4 (E) 漸進線方程式  $7x+y-5=0$  及  $x-y+3=0$
15. 某次數學段考某班因成績太低，老師決定依線性函數方式加分，加分後每位同學從  $x_i$  分提高為  $y_i$  分，結果老師發現成績仍偏低，則決定依第一次方次再調整一次分數，第二次調整後每位同學從  $y_i$  分提高為  $z_i$  分。兩次調整分數後，全班每位同學的分數都提高，且小明從原來的 12 分提高為 51 分，小英從原來的 40 分提高為 58 分，依上述之條件，下列何者為真？  
 (A)  $x_i$  標準差為  $z_i$  標準差的 4 倍  
 (B)  $x_i$  與  $y_i$  的相關係數小於  $x_i$  與  $z_i$  的相關係數  
 (C) 小明第一次調整後的分數為 36 分  
 (D) 若小華因兩次的調整而提高 6 分，則小華的原始分數為 56 分  
 (E) 若  $z_i$  平均分數是  $x_i$  平均分數的 1.5 倍，則  $x_i$  的平均分數為 38.4 分

台中縣九十五學年度高級中學教師聯合甄選 數學 科專業科目試題

- 16.爲了完成一件大工程，僱請 1000 位工人恰可依照預定時間完成工作。這 1000 位工人一起工作，依照計畫完成了前  $\frac{1}{4}$  的工程；接著，解雇了 100 位工人才繼續做第二個  $\frac{1}{4}$  的工程，所以這段工程進度落後；接著，再解雇 100 位工人又繼續做第三個  $\frac{1}{4}$  的工程，但工程進度更爲落後。假設每位工人的工作能力都一樣，試問在完成全部工程的第三個  $\frac{1}{4}$  之後，除了現有的 800 位工人外，最後的  $\frac{1}{4}$  工程至少應再增加  $a \times 100 + b \times 10 + c$  位工人才能如預定時程完工， $a$ 、 $b$ 、 $c$  爲介於 0~9 的整數，則下列敘述何者正確？(A)  $a=5$  (B)  $b=6$  (C)  $c=7$  (D)  $a+b=12$  (E)  $a+b+c=19$
- 17.關於函數  $f(x) = \sqrt{3} \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 2 \sin x$ ，請爲下列敘述何者正確？(A)  $y=f(x)$  的週期爲  $\pi$  (B)  $y=f(x)$  的振幅爲 1 (C)  $y=f(x)$  的最大值  $\sqrt{7}$  (D) 在  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ， $y=f(x)$  的圖形爲遞減 (E) 將  $y=\sin x$  的圖形左移  $\frac{2\pi}{3}$  得  $y=f(x)$  的圖形
- 18.設  $x$ 、 $y$  爲非零之複數，且  $x^2 + xy + y^2 = 0$ ，若  $S_n = \left(\frac{x}{x+y}\right)^n + \left(\frac{y}{x+y}\right)^n$ ， $n$  爲自然數，則下列敘述何者正確？(A)  $S_{2006} = -1$  (B)  $S_{3k} = -2$ ， $k$  爲自然數 (C)  $S_{3k-2} = 1$ ， $k$  爲自然數 (D)  $S_{3k-1} = -1$ ， $k$  爲自然數 (E)  $\sum_{i=1}^{2006} S_i = 0$

(答案請畫記於答案卡上)

1.B	2.B	3.A	4.E	5.A
6.D	7.BCD	8.CD	9.CDE	10.BE
11.DE	12.AC	13.AB	14.CD	15.ADE
16.BE	17.BDE	18.AE		