

一百零一學年度  
北一女中 第一學期 期中考高三數學科試題(自然組)

(甲) 對於釣魚台主權爭端的看法，某報於 9 月 20 日報導如下：

國人不滿日本將釣魚台國有化，根據最新調查顯示，日本購島國有化的動作，有 70% 的反對聲浪，……本次調查以台灣地區住宅電話簿為抽樣清冊，成功訪問 730 位年滿二十歲的成人，在 95% 信心水準下，抽樣誤差約為 3.5%。

對於上述民調報導的解讀，請選出正確的選項。\_\_\_(1)\_\_\_ (多選)

- (A) 在成功受訪的民眾中，約有 511 位表示反對「日本將釣魚台國有化」。
- (B) 此次調查 95% 的信賴區間約為  $[0.665, 0.735]$ 。
- (C) 此次調查表示國人反對「日本將釣魚台國有化」的真正比例  $p$  會落在 0.665 到 0.735 之間的機率為 95%。
- (D) 如果重複作相同的抽樣(每次相同為 730 人)多次，每次都會算出一個信賴區間，大約有 95% 的區間會涵蓋國人反對「日本將釣魚台國有化」的真正比例  $p$ 。
- (E) 如果重複作相同的抽樣(每次相同為 730 人)多次，每次均會得到一個反對的比例  $\hat{p}$ ，大約有 95% 的  $\hat{p}$  值會

落在區間  $\left[ p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{730}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{730}} \right]$ ，其中  $p$  為國人反對「日本將釣魚台國有化」的真正比例。

(乙) 承(甲)，小綠決定也在綠園高中進行相同的抽樣調查。已知綠園高中有 10 個社會組的班級(301 到 310)，每班人數 45 人；10 個自然組的班級(311 到 320)，每班人數 55 人，全校共 1000 人。

(一) 礙於時間及人力因素，小綠決定全校抽出 100 人進行調查，已知小紅是 301 班 1 號；小藍是 311 班 15 號。

下列各種抽樣的方式中，哪些方式會使二人被抽中的機率相等，請選出正確的選項。\_\_\_(2)\_\_\_ (多選)

- (A) 簡單隨機抽樣，從全校抽出 100 人 (B) 每班以簡單隨機抽樣抽出 5 人
- (C) 每班從 5 號開始的連續 5 位同學
- (D) 全體社會組同學以簡單隨機抽樣抽出 50 人；全體自然組同學以簡單隨機抽樣抽出 50 人
- (E) 全體社會組同學以簡單隨機抽樣抽出 45 人；全體自然組同學以簡單隨機抽樣抽出 55 人

(二) 承(一)，經過調查，小綠發現受訪的 100 人中，有 80 位同學對於「日本將釣魚台國有化」表示反對。

則此次調查在 95% 信心水準下，反對比例之信賴區間\_\_\_(3)\_\_\_。

(三) 小綠 又進行了另一次抽樣調查，且依選組不同區分，所得結果如下：

	社會組	自然組
抽樣人數	$n_1$	$n_2$
反對「日本將釣魚台國有化」的比例	$\hat{p}_1$	$\hat{p}_2$
95%信心水準下的抽樣誤差	$l_1$	$l_2$

請選出正確的選項。\_\_\_(4)\_\_\_ (多選)

- (A) 若  $\hat{p}_1 = \hat{p}_2$ ，則在社會組與自然組班級的 95% 的信賴區間會相同。
- (B) 若在社會組抽查的各項數據不變，99.7% 信心水準下的抽樣誤差會小於  $l_1$
- (C) 若  $\hat{p}_2$  不變，抽樣人數變成  $4n_2$ ，則 95% 信心水準下的抽樣誤差為  $\frac{1}{2}l_2$
- (D) 已知  $\hat{p}_1 < \hat{p}_2$ ，若不區分組別，此次抽樣所得反對「日本將釣魚台國有化」的比例  $\hat{p}$  會滿足  $\hat{p}_1 < \hat{p} < \hat{p}_2$
- (E) 已知  $l_1 < l_2$ ，若不區分組別，此次抽樣的 95% 信心水準下的抽樣誤差  $l$  會滿足  $l_1 < l < l_2$

(丙) 擲一粒公正骰子一次， $P$  表示出現點數為 6 的因數之事件， $Q$  表示出現點數為 4 的因數之事件， $R$  表示出現點數為偶數的事件。請選出正確的選項。\_\_\_(5)\_\_\_ (多選)

- (A)  $P, Q, R$  是獨立事件                      (B)  $P, Q$  是獨立事件                      (C)  $P, R$  是獨立事件
- (D)  $Q, R$  是獨立事件                      (E)  $P', Q$  是獨立事件

(丁) 一枚不公正的硬幣，其出現正面的機率為  $\frac{1}{3}$ 。今投擲此硬幣 72 次，則出現正面的次數介於 20 次與 28 次之間的機率最接近下列那個選項？ \_\_\_(6)\_\_\_

- (A) 0.5              (B) 0.68              (C) 0.8              (D) 0.95              (E) 0.99

(戊) 下圖是參數為  $X \sim B(20, p)$  的二項分布（即重複做成功機率為  $p$  的伯努利試驗 20 次，其中成功的次數為  $X$ ）的機率分佈圖。

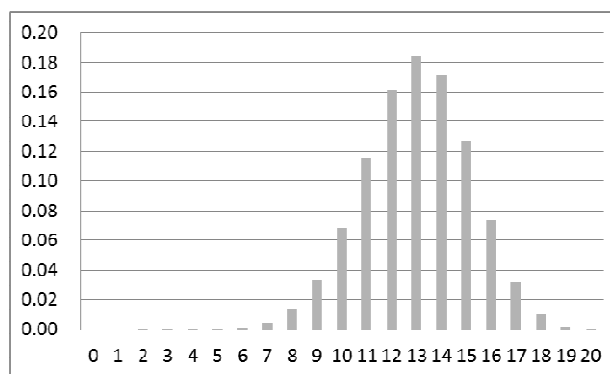
(一) 若期望值為  $E(X)$ ，請選出正確的選項。\_\_\_(7)\_\_\_ (多選)

- (A)  $0.5 < p < 0.6$                       (B)  $0.6 < p < 0.7$
- (C)  $E(X) = 13$                       (D)  $P(X = 15) > P(X = 11)$

(E) 該圖也是常態分佈的機率分佈圖

(二) 承上，已知  $X$  的標準差為  $\frac{\sqrt{455}}{10}$ ，則

- (1)  $p =$  \_\_\_(8)\_\_\_                      (2)  $E(X^2) =$  \_\_\_(9)\_\_\_。



(己) 一粒正四面體骰子的四面上分別標示 1,2,3,4，每次投擲以朝下的那面點數為該次出現的點數。

(一) 擲二粒公正的正四面體骰子一次，若變數  $X$  表示出現的點數和，求  $P(6 \leq X \leq 8) =$  \_\_\_(10)\_\_\_。

(二) 承(一)，則期望值  $E(X) =$  \_\_\_(11)\_\_\_；標準差  $\sigma(X) =$  \_\_\_(12)\_\_\_。

(三) 承(一)，已知擲出的點數和至少 6 點的情形下，兩粒骰子點數差的絕對值為奇數的機率為 \_\_\_(13)\_\_\_。

(四) 小綠參加遊戲，規則如下：先付 100 元當作抽獎費，才可擲二粒公正的正四面體骰子一次，當出現的點數和為  $X$  時，可以獲得  $aX + 2b$  元（ $a, b$  均為正整數）。若  $Y$  表示獲得的獎金扣除抽獎費的餘額，請選出正確的選項。\_\_\_(14)\_\_\_ (多選)

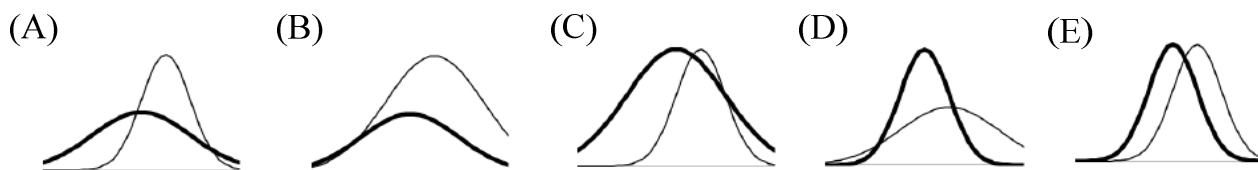
- (A) 期望值  $E(Y) = 5a + 2b - 100$  (B) 變異數  $Var(Y) = 5a$   
 (C) 當  $a = 15$  ,  $b = 5$  時, 則  $E(Y) = 85$  (D) 當  $a = 15$  ,  $b = 5$  時, 則  $E(Y) = -15$   
 (E) 當  $E(Y) = 0$  時, 滿足條件的數對  $(a, b)$  有 11 組。

(五) 小綠重複擲二粒公正的正四面體骰子多次, 若出現點數和 5 記作做 A; 點數和為 7 記作 B; 其餘情形就記作 C。每次投擲結果互相不影響, 則記錄表上 A 比 B 先出現的機率為 \_\_\_(15)\_\_\_。

(戊) 老師想要了解全班 50 位同學的成績狀況, 因此隨機抽查十位學生此次模擬考的數學與物理成績。若這 10 位同學的成績能反映全班的成績狀況(即這 10 人該科的平均與標準差可視為全班該科的平均與標準差), 且全班成績呈現常態分布。結果列表如下:

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸	平均	標準差
數學(X)	88	62	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$\bar{X} = 60$	$\sigma(X) = \sqrt{94}$
物理(Y)	75	63	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$\bar{Y} = 65$	$\sigma(Y) = \sqrt{23}$

(一) 若用粗線表示全班數學的成績分布曲線; 細線表示全班物理成績分布曲線。則下列哪一個分布圖較為正確?(已知  $\sqrt{94} \approx 9.7$  ,  $\sqrt{23} \approx 4.8$ ) \_\_\_(16)\_\_\_



(二) 由上面表格資料, 請選出正確的選項。 \_\_\_(17)\_\_\_ (多選)

- (A) 全班數學及格的人數約有 25 人 (B) 全班物理不及格的人數約有 25 人  
 (C) 全班物理成績介於 60.2 分到 69.8 分的人約有 34 人  
 (D) 甲生的數學成績可能是全班最高 (E) 全班沒有人數學考 100 分

(三) 由上面表格資料, 可以計算出數學與物理相關係數, 與物理(Y)對於數學(X)的迴歸直線  $L$ 。不料老師發現有成績登記錯誤的情形, 請選出正確的選項。 \_\_\_(18)\_\_\_ (多選)

- (A) 只將甲與乙的物理成績互換, 則互換後新的物理成績的標準差不變。  
 (B) 只將甲與乙的數學成績互換, 則互換後新的數學與物理的相關係數不變。  
 (C) 將 10 位學生的數學與物理成績互換, 則互換後新的數學與物理的相關係數不變。  
 (D) 將 10 位學生的數學與物理成績互換, 則互換後新的『物理對於數學的迴歸直線』不變, 仍為  $L$ 。  
 (E) 將 10 位學生的數學加 5 分, 則加分後新的『物理對於數學的迴歸直線』不變, 仍為  $L$ 。

(四) 不考慮(三)的情形, 使用上面原始表格中的數據  $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$ 。

考慮函數  $f(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + \dots + (x - x_8)^2$  與  $g(y) = (y - y_1)^2 + (y - y_2)^2 + \dots + (y - y_8)^2$ 。則:

(1)  $f(60) =$  \_\_\_(19)\_\_\_

(2) 當  $y =$  \_\_\_(20)\_\_\_ 時,  $g(y)$  有最小值。



一百零一學年度  
北一女中 第一學期 期中考高三數學科試題(自然組)

班級\_\_\_\_\_ 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 分數\_\_\_\_\_.

填充題：(每格 5 分)

(1) ABDE	(2) ACE	(3) [0.72, 0.88]	(4) CD
(5) BCE	(6) B	(7) BD	(8) 0.65
(9) $\frac{3471}{20} = 173\frac{11}{20}$	(10) $\frac{3}{8}$	(11) 5	(12) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
(13) $\frac{1}{3}$	(14) AD	(15) $\frac{2}{3}$	(16) A
(17) ACD	(18) AC	(19) 152	(20) 64

敬請指教！

北一女中 一百零一學年度 第一學期 期中考高三數學科試題(自然組)

班級\_\_\_\_\_ 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 分數\_\_\_\_\_.

填充題：(每格5分)

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)	(16)
(17)	(18)	(19)	(20)