

2015TRML 數學競試個人賽試題

俞克斌老師編寫

第四回

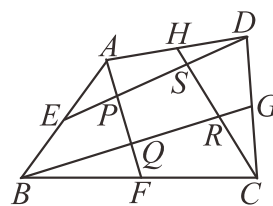
10. 滿足 $2\log\sqrt{1-x^2} = 1 + \log\left(x - \frac{17}{40}\right)$ 的 x 為_____。

【2015 第十七屆 TRML 個人賽】

答： $\frac{1}{2}$

解：原式 $\Rightarrow \log(1-x^2) = \log 10\left(x - \frac{17}{40}\right) \Rightarrow 1-x^2 = 10x - \frac{17}{4} \Rightarrow 4x^2 + 40 - 21 = 0$
 $\Rightarrow (2x-1)(2x+21) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ 或 $-\frac{21}{2}$ (不合，會使真數 < 0)

11. 設 E 、 F 、 G 、 H 分別為四邊形 $ABCD$ 四邊的中點，
 連接 \overline{AF} 、 \overline{BG} 、 \overline{CH} 、 \overline{DE} ，圍出一個四邊形 $PQRS$ ，
 如圖所示。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 2000，
 $APSH$ 的面積為 247， $CRQF$ 的面積為 342，
 則四邊形 $PQRS$ 的面積為_____。



【2015 第十七屆 TRML 個人賽】

答： 411

解：四邊形 $ABCD$ 的面積為 2000，
 則四邊形 $AHCF = \triangle AHC + \triangle ACF = \triangle DHC + \triangle ABF$ 的面積為 1000，
 因為 $APSH$ 的面積為 247， $CRQF$ 的面積為 342，則四邊形 $PQRS$ 的面積為 411

12. 已知 a 、 b 、 c 、 d 分別表示 0 至 9 中的四個不同數字，如果兩個二位數 $10a+d$ 與 $10b+d$ 的乘積恰好一個三位數 $100c+10c+c$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為_____。

【2015 第十七屆 TRML 個人賽】

答： 21

解： $(10a+d)(10b+d) = 100c+10c+c \Rightarrow 100ab+10d(a+b)+d^2 = 100c+10+c$

但 $\left\{ \begin{array}{l} d^2 = 1^2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 2^2 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow 100ab + 20(a+b) + 4 = 444 \Rightarrow 10ab + 2(a+b) = 44 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 3^2 \Rightarrow c = 9 \Rightarrow 100ab + 30(a+b) + 9 = 999 \Rightarrow 10ab + 3(a+b) = 99 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 4^2 \Rightarrow c = 6 \Rightarrow 100ab + 40(a+b) + 16 = 666 \Rightarrow 10ab + 4(a+b) = 65 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 5^2 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 6^2 \Rightarrow c = 6 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 7^2 \Rightarrow c = 9 \Rightarrow 100ab + 70(a+b) + 49 = 999 \Rightarrow 10ab + 7(a+b) = 95 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \\ d^2 = 8^2 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow 100ab + 80(a+b) + 64 = 444 \Rightarrow 10ab + 8(a+b) = 38 \Rightarrow \text{不合} \\ d^2 = 9^2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow 100ab + 90(a+b) + 81 = 111 \Rightarrow 10ab + 9(a+b) = 3 \Rightarrow \text{不合} \end{array} \right.$