

一、 填充題

1 $a_1 = 1, a_n = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} a_k}{n-1} + 1$, 求 a_n

2 袋中 10 個紅球，10 個黑球，甲乙 2 人取 2 個，不計先後順序。甲先取，取後不放回，再由乙取。則甲乙 2 人取到同色的機率。

3 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{???????}{h}$

二、 計算題

1 $A(0,0), B(1,0), P(t,1)$ 為 $y=1$ 上的動點，若 $\triangle ABP$ 的內心和其 3 傍心的軌跡為 Γ ，求 Γ 的方程式

2 $P(5,0)$ 逆時針旋轉 $\frac{\pi}{4}$ ，再沿正向 x 軸平移 10 單位，此稱 1 次變換。試問：150 次後， P 點坐標為

3 若 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$

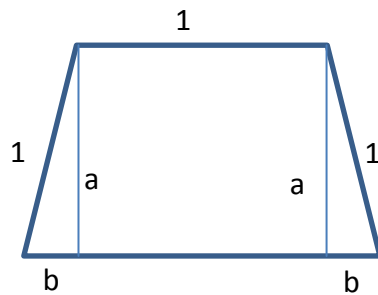
(1) $\langle a_n \rangle$ 為正數數列，且 $a_1 = 3$ ， $(a_n, a_{n+1}^2 - 2a_{n-1})$ 在 $y = f'(x)$ 上，

試證： (n, S_n) 在 $y = f'(x)$ 上

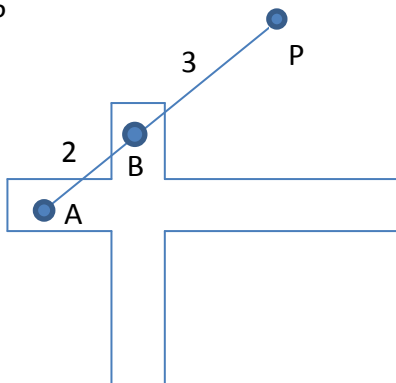
(2) 求 $f(x)$ 在 $(a-1, a)$ 的極值

4 試證：只存在一個正整數 n ，使得 $2^8 + 2^{11} + 2^n$ 為完全平方數

5 有點忘了，只知題目給算幾作法，說明為何是錯的，正確方法為？



6



幾何說明 AB 在框內移動, P 軌跡為橢圓

7 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ 為非零向量，則

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix} (=0??) \text{ , 四個等價關係 , 並證明。}$$

8 利用 Geogebra 設計 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 的課程(???)