

國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試試題

第 1 頁/共 3 頁

一、填充題(每格 5 分, 共 100 分) 答案請寫於答案卷上

1、 $a, b, c$  為三正數, 且滿足  $abc(b+c)=5$ , 則  $ab+bc+ca$  之最小值\_\_\_\_\_

2、已知一球面上有四點  $A, B, C, D$  且  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  兩兩垂直,  $\overline{AB}=3, \overline{AC}=4, \overline{AD}=5$ , 則此球體的體積\_\_\_\_\_

3、設  $\langle a_n \rangle$  為一數列, 其中  $a_1=1$  當  $n>1$ ,  $a_{2n}=2a_n-1, a_{2n+1}=2a_n+1$ , 則  $a_{2^{2015}+1} =$  \_\_\_\_\_

4、設數列  $\langle a_n \rangle_{n=1}^{\infty}$  滿足  $a_1=2, a_2=40, a_3=2000$ , 並設  $\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+2} + a_{n+1}}{a_{n+1} + a_{n-1}} (n=2,3,4,\dots)$  則  $\frac{a_{2015}}{a_{2013} \times a_{2014}} =$  \_\_\_\_\_

5、若  $f(x)$  表領導係數為 1 之四次整係數多項式而且  $f(1)=5, f(2)=10, f(3)=15$ , 則  $f(8)+f(-4)=$  \_\_\_\_\_

6、方程式  $x^2 - kx + 374 = 0$  有二個整數根, 則  $k$  有\_\_\_\_\_個可能的值

7、甲乙兩人以”剪刀, 石頭, 布”猜拳, 規定先贏 3 場為勝, 但平手也算猜一次, 則在 5 次猜拳以內能分出勝負的機率為\_\_\_\_\_

國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試試題

第 2 頁/共 3 頁

8、若  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，則  $A^{15} =$  \_\_\_\_\_

9、周長為 10 的直角三角形，其面積的最大值為 \_\_\_\_\_

10、不等式  $\log_{\frac{1}{2}} x^{x^2-2x+a} > -3$ ，當  $a$  的範圍為 \_\_\_\_\_ 時，此不等式只有正整數解

11、已知  $\int \tan x dx = F(x) + c$  則  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{F(x) - F(\frac{\pi}{3})}{x - \frac{\pi}{3}} =$  \_\_\_\_\_

12、已知  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ ，若  $D, E$  分別在  $\overline{AB}$  及  $\overline{AC}$  上則  $\overline{BE} + \overline{DE} + \overline{CD}$ ，最小可能的值為 \_\_\_\_\_

13、求  $\sum_{n=1}^{15} n^2 C_n^{15} =$  \_\_\_\_\_

14、已知甲乙兩地間有 3 處紅綠燈，紅綠燈每 1 分鐘循環 1 次，且設出現綠燈的時間分別為 40 秒，45 秒，50 秒，若汽車遵守交通規則，今由甲地到乙地若只遇一次紅燈，則是第三個紅燈的機率為 \_\_\_\_\_

15、有一顆公正的骰子，當連續丟兩次的點數總和小於 7 時即停止，反之則繼續，試問連續丟三次後，停止的機率為 \_\_\_\_\_

國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試試題

第 3 頁/共 3 頁

16、求  $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$  和  $y = \sqrt{2x^2 - 1}$  所圍成的區域繞 X 軸旋轉的旋轉體體積為\_\_\_\_\_

17、在平面座標上兩個座標都是整數的點稱為格子點，考慮一個三角形它的三個頂點座標為  $(0, 0)$ ,  $(2n, 0)$ ,  $(0, n)$  的格子點，設  $n$  為正整數，假設這個三角形的內部恰好有 81 個格子點(不包含在三角形邊上的格子點)，則此三角形的面積為\_\_\_\_\_

18、設實係數多項式  $f(x)$  滿足  $f(1+i) = -5$ ，與  $f(-i) = 10$  (其中  $i = \sqrt{-1}$ ) 且  $f(x)$  除以  $(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 1)$  的餘式為  $g(x)$ ，則  $g(x) =$ \_\_\_\_\_

19、 $a = \frac{\tan \theta - \sec \theta + 1}{\tan \theta + \sec \theta - 1}$ ，若  $a$  是  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$  的解，求  $\sin \theta =$ \_\_\_\_\_

20、設甲、乙兩袋中，甲袋內裝有 2 紅球，乙袋內裝有 2 白球 1 紅球，今從甲袋取一球放入乙袋，再從乙袋中取一球放入甲袋，這樣稱為一局，試問轉移矩陣為\_\_\_\_\_

國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試答案

第 1 頁/共 1 頁

一、填充題(每格 5 分, 共 100 分) 答案請寫於答案卷上

1	2	3	4
$2\sqrt{5}$	$\frac{125\sqrt{2}}{3}\pi$	3	25
5	6	7	8
2540	8	$\frac{34}{81}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-2^{15} & 2^{15} \end{bmatrix}$
9	10	11	12
$25(3-2\sqrt{2})$	$8 < a < 9$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{37}$
13	14	15	16
$15 \times 2^{17}$	$\frac{6}{31}$	$\frac{35}{216}$	$\frac{8\pi}{3}$
17	18	19	20
100	$6x^3 - 9x^2 + 6x + 1$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 8 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$