

國立關西高中 104 學年度數學科教師甄試筆試 答案

(1) 關西高中舉辦校慶紀念品設計比賽，參賽作品有四件，由 10 位評審進行不記名投票，規定每人投兩票，且兩票必須投不同作品。在沒有廢票的情況下(每位評審皆遵守規定)，只有一件作品得票數最高的票數分布情形有_____種。 772

(2) 求和： $[\frac{1}{3}] + [\frac{2}{3}] + [\frac{2^2}{3}] + \dots + [\frac{2^{100}}{3}] = ?$ 其中 $[x]$ 為高斯函數。

$$\frac{1}{3}(2^{101} - 2) - 50$$

(3) 設 $10^{0.301} = 2, 10^{0.4771} = 3$ ，則 $10^{-0.0512} = ?$ $\frac{8}{9}$

(4) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \alpha, \angle B = \beta, \angle C = \gamma$ 且 $2\cos\alpha = \alpha, 2\sin\beta = \beta$ ，則 $\angle A, \angle B, \angle C$ 三角的大小關係為？ $\angle B > \angle A > \angle C$

(5) 設 $\triangle ABC$ 中 $\angle C$ 為直角，點 D 在斜邊 \overline{AB} 上， $\overline{AC} = 9, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 6$ 。已知 $\triangle ACD$ 之內切圓與 $\triangle BCD$ 之內切圓有相同的半徑，試求 $\triangle ACD$ 與 $\triangle BCD$ 面積之比值。 $\frac{15}{14}$

(6) 平面 E 方程式為 $x+y+z=1$ ，設 L 為平面 E 與 xy 平面的相交直線，假設平面 E 以 L 為軸旋轉 θ 角後通過點 $(1, 1, -2)$ ，求 $\cos\theta = ?$ $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

(7) 直角坐標平面上，設 P 為拋物線 $x^2 = 4y + 4$ 的頂點， \overline{AB} 為此拋物線上不過 P 的弦，若 $\angle APB = 90^\circ$ ，則 $\triangle APB$ 之最小面積為_____。 16

(8) 航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返台的

25 位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往台灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回台灣如下表（表中的數據是以每人為單位）。例如 A 方案，旅行社必須負擔每人 4500 元的食宿費加上 400 元的轉機價差。

方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：食宿費總共最多 150000 元，轉搭其他航空公司班機的轉機價差總共最多 8000 元。試問在經費允許的條件下，要如何分配採用 A、B、C 這三種方案的人數，才能使全部旅客返回台灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用 A、B、C 方案的人數分別為 8、10、7 人，則等待總人天數為 $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ （人天）。如果領隊規劃 x 人轉搭甲航空公司的班機、 y 人轉搭乙航空公司的班機，其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。

(1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。

$$\begin{cases} x + y \leq 25 \\ 7x + 5y \geq 100 \\ 2x + y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0 \\ x, y \in Z \end{cases},$$

目標函數 $f(x, y) = -3x - 2y + 150$

(2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。 $(0, 20)$, $(0, 25)$, $(15, 10)$, $(20, 0)$, $(\frac{100}{7}, 0)$

(3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。 85 天