

臺北市立木柵高級工業職業學校 104 學年度第 1 次教師甄選

數
學
科
試
題
本

公布張貼



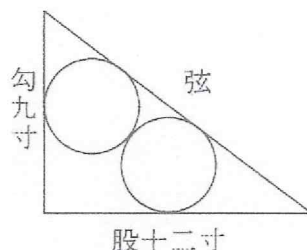
木柵高工數學教師甄試數學專業知識試題

注意事項：

1. 本試卷共八題填充題，兩題計算證明題，滿分 100 分。
2. 填充題每題 8 分，計算證明題每題 18 分。

壹、填充題（每題 8 分）

1. 《天地明察》是有關和算家澀川春海的傳記故事，也納入澀川春海與同時代日本算聖關孝和的競爭，將數學知識活動，譬如解題與出題等對話，極為成功地融入故事情節之中。下圖是該小說裡一道數學題目的插圖：



在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有兩個直徑相同的圓，彼此相切，與邊也相切，如上圖所示。試求這兩個相同圓的半徑為 （一）。

2. 設 a 為實數，若對於所有實數 x ， $\left| \frac{x^2 + ax + 3}{x^2 + x + 2} \right| < 2$ 恆成立，則 a 的範圍為 （二）。
3. 若 P 為正 $\triangle ABC$ 內部一點，且滿足 $\overline{AP} = 4$, $\overline{BP} = 6$, $\overline{CP} = \sqrt{28}$ ，則 $\triangle ABC$ 的邊長為 （三）。
4. 從 2,3,5,7,9 五個數字中剔除一個數字之後，將剩下的四個數字經適當的排列之後，得到一個完全平方數，則此完全平方數為 （四）。
5. 設 a, n 為正整數，找出所有數對 $(a, n) =$ （五），使得 $a^n + 3^n$ 能整除 $a^{n+1} + 2 \cdot 3^n$ 。
6. 如果 x 是實數，那麼

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$$

在 $x =$ （六） 時，會有最小值。



公布張貼

7. 有一種娛樂用的號碼鎖，它有三個密碼，每個密碼都是由 1, 2, 3 這三個數字所構成。開鎖者只要轉對其中的兩（含）個密碼以上，鎖就會自動開啟，例如當密碼為(1, 2, 3) 時，轉(1, 3, 2) 是不會開的（只轉對 1 個密碼），但是轉(1, 3, 3) 就會打開（轉對了第 1, 3 位置的密碼）。
- 問：對付這種娛樂鎖，你至少需嘗試 （七） 次才保證一定能打開。
8. 若

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ a^2+b^2+c^2=2 \\ a^3+b^3+c^3=3 \end{cases}$$

則 $a^4+b^4+c^4 = \underline{\text{（八）}}$ 。

貳、計算證明題（每題 18 分）

一：電腦工程師設計一種玩猜拳的軟體，並要求電腦出剪刀、石頭與布的機率各為 $\frac{1}{3}$ 。

- (1) 如果你是習慣上出剪刀、石頭與布的分佈為 2:3:5 的人，那麼跟電腦軟體玩猜拳遊戲，第一拳你就獲勝的機率有多高？
- (2) 如果你是習慣上出剪刀、石頭與布的機率為 α, β ，與 γ 的人，那麼跟電腦軟體玩猜拳遊戲，第一拳你就獲勝的機率有多高？（以 α, β, γ 表示，並盡可能的化簡）

二：設 a, b 為正整數且

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{39} - \frac{1}{40} = \frac{b}{a}$$

若有一質數 P 可整除 b ，則 P 可以為何（寫出一個即可）？並證明之。

公布張貼

