1. 與 $x^2+4y^2=12$ 共焦點, 通過 $x-y+9=0$ 線上的點的橢圓中, 長軸最短的橢圓方程式爲? [95建中]

2. x 爲實數, $(x-2)(x+1)$ 的小數點第一位四捨五入後, 得到整數 $5x+1$, 求 $x=$?..........[95建中]

3. 四個女生, 十個男生圍一圓桌而坐, 兩個女生間至少坐兩個男生, 所有的坐法爲有幾種?........[95建中]

4. $\sin\frac{\pi}{21}\times\sin\frac{2\pi}{21}\times\sin\frac{3\pi}{21}\times\ldots\times\sin\frac{9\pi}{21}\times\sin\frac{10\pi}{21}=?$....................................[95建中]

5. a,b,c 均爲正數, $a+b+c=1$, 求 $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}$ 的最大值............[95建中]

6. x,y 均爲正整數, $x^3-y^3=xy+61$, 求 $x,y=$..[95建中]

7. 已知 m 相異個正偶數與 n 個相異正奇數之總和爲1971, 求 $3m+4n$ 的最大值..............[95建中]

8. 若 $a+b+c=3, a^3+b^3+c^3=3$ 求 $a^{95}+b^{95}+c^{95}=?$............................[95師大附中]

9. $2x^4+y^4=4x^2y$ 的整數解有幾組?..[95師大附中]

10. 有兩個三角形, 邊長分別爲 x,x,y 及 y,y,x 求其最小角?............................[95師大附中]

11. 複數 $1+\cos 200^\circ+i\sin 200^\circ$ 的主幅角...[95豐原高商]

12. $x\geq 0, y\geq 0, x+y\leq 4, 3x+y\leq 6$ 的條件下, 函數 $f(x,y)=\frac{y+3}{x+1}=$................[95豐原高商]

13. 三位正整數, 除以12餘11, 且除以21餘17者, 共有? 個...............................[95豐原高商]

14. $a^2+b^2+c^2+d^2+1\leq a+b+c+d$, a,b,c,d 爲實數, 求 $a+b+c+d=?$......[92年岡山高中]

15. 若在座標平面上滿足 $x^2+axy+y^2=1$ 的點, 都滿足 $x^2+y^2\leq\frac{9}{4}$, 求 a 的範圍....[95年溪湖高中]

16. 設 P 爲 $\triangle ABC$ 的 BC 邊上一點, $PB=AC=a$, 若 $\angle BAP=30^\circ, \angle PAC=90^\circ$, 求 $PC=?$ (請以 a 表示)

17. 已知座標平面上三點 $O(0,0), A(5,0), B(5,5)$, 設 $f(x)=-3x^4+12x^3$ 爲 四次多項函數, P 爲 $y=f(x)$ 圖形上一點, 則
(1) 兩$\triangle OAP, \triangle OAB$ 之重疊部分面積的最大值爲何?
(2) 此時 P 點座標爲何?

18. 設 $x\in R$, 試求函數 $y=3\sin(x+\frac{\pi}{5})+4\sin(x+\frac{5\pi}{18})$之最大值?

19. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n}-1+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$ 爲連續函數, 求 $(a,b)=?$

20. 設 $S=\displaystyle\sum_{k=0}^{33}C_{100}^{3k}$, 請問 S 爲幾位正整數? 首位數爲何? 末位數爲何?

21. a,b,c 爲任意實數,$M=max|x^3+ax^2+bx+c|, -1\leq x\leq 1$, 證明 $M\geq\frac{1}{4}$

22. 有一個函數 $F: N \to N$且
$(1)F(mn) = F(m)F(n)$
(2) 若 $m > n$, 則 $F(m) > F(n)$
(3) $F(2) = 2$
試證 $F(x) = x$ . . . . [95政大附中]

23. 用政大附中四字 (可重複) 排成十個字的字串, 左右到寫相同者 視為同一字串, 如: 政大附中政大附中大大=大大中附大政中附大政 請問一共有多少種不同的字串 ? . . . . [95政大附中]

24. 八顆球裝在圓柱型容器中每四個排一層, 每一顆球都與壁面、底面 還有其他四顆球相切, 請問柱高要多少恰可以裝? . . . . [95政大附中]

25. $0 < a < b, x^2 + (y-b)^2 = a^2$ 繞 X 軸的旋轉體體積? . . . . [95政大附中]

26. 三向量 $v_1 = (1,1,1), v_2 = (0,1,1), v_3 = (1,2,3)$, 求 v_3 在另外兩個向量 v_1, v_2 所形成平面上的正射影? . . . . [95政大附中]

27. 有兩組數據 $x_1 \ldots x_n, y_1 \ldots y_n$ (兩者有關係. 忘了.. 是應用題)
$\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2$ 有最小值時,$a = a', b = b'$
且 $y_i' = a' + b'x_i, e_i = y_i - y_i', i = 1 \ldots n$, 試證
$(1)\displaystyle\sum_{i=1}^{n} e_i = 0$
$(2)\displaystyle\sum_{i=1}^{n} e_i y_i = 0$ . . . . [95政大附中]

28. 利用坐標軸的旋轉與平移將方程式 $\Gamma: 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$ 求
(1) 化為最簡標準式
(2) 判斷圖形的名稱及畫圖
$(3)\Gamma$ 正焦弦長
$(4)\Gamma$ 焦點
$(5)\Gamma$ 中心
$(6)\Gamma$ 的兩對稱軸所在直線方程式
$(7)(x+1)^2 + (y+1)^2$ 之最小值

29. 設直線 $y = 2x + a$ 與曲線 $y = x^3 - x$ 相交於三點, 試求實數 a 的範圍

30. 設甲箱內有2白球, 乙箱內有三紅球, 現在每次各自箱中隨機取一個球交換, 令轉移矩陣 A_i 之 Ai 表有 i 個紅球在甲箱內的狀況. (1) 求轉移矩陣 $A =?$ (2) 在交換二次後, 有二紅球在甲箱內之機率 (3) 在長期交換後, 有二紅球在甲箱內之機率

31. 一袋中共有8顆球, 而甲乙丙三人欲自袋中取球, 故先將袋中5顆球標示爲甲球, 2顆標示爲乙球,1顆標示爲丙球. 取球規則爲: 若自己抽中標示爲自己的球, 則將所抽之球放回袋中再抽一次; 若所抽之球標示爲他人, 則換被抽中的人接下去抽球, 但剛才所抽的球改爲標示爲自己再放入袋中。今使甲先抽球, 以 P_n 表在第 n 次爲甲抽球的情況下, 下一次仍爲甲抽球的機率, 則 $\lim\limits_{n\to\infty} P_n =?$

32. $P_1 : x^2 + y + 4x + 3 = 0, P_2 : x - y^2 + 4y - 3 = 0$, $A \in P1, B \in P2$, 求 AB 長度的最小值?

33. a_n 爲最近 $\sqrt{n}$ 的正整數, 求$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{2003} =?$

34. 數列:$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \ldots$, 問前 10000 項中有 m 個 $\frac{1}{3}$, 再求前 n 項 Sn.
使 $a = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{S_n}{n}$, 試寫出 (m, a)=?

35. 四邊形 $AOBE$ 中,$\angle AOB = 60°, \angle OBE = 90°, AE = a, EB = b$ 令 $\overrightarrow{OE} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 試將 x, y 以 a, b 表示

36. 三角形$\triangle ABC$的三邊長爲正整數, $\angle A = 2\angle B, \angle C > 90°$, 求周長的最小值

37. 一長方體 $ABCD - PQRS$, 其中任兩點連線, 則歪斜線共有幾對?

38. 三角形 ABC 外心 O, 重心 H, 若 $O(0,0), A(a,b), B(c,d), C(e,f)$, 試求 H 坐標

39. 正三角形 ABC邊長 1,D 在 BC 邊上,r_1, r_2 分別爲 $\triangle ABD, \triangle ADC$ 之內切圓半徑, 求 $r_1 r_2$ 之最大值

40. 設 $x, y \in \mathcal{C}$ 且 $x^2 + xy + y^2 = 0$, 令 $A = \frac{x}{x+y}, B = \frac{y}{x+y}$, 求 $A^{2005} + B^{2005} =?$

41. 化簡 $\dfrac{1 + \cos 12° + \sin 6°}{\sin 12° + \cos 6°}$

42. 試證 $\cos\frac{1}{2}\cos\frac{1}{3}\ldots\cos\frac{1}{n} > \frac{2}{3}$

43. 若 $2xf(x) + f(\frac{1}{1-x}) = 2x$, 試求 $f(x) =?$

44. 已知 $\triangle ABC$ 之內切圓半徑爲 6, 切點爲 D, E, F, 又 D 在 AB邊上 E 點在 AC 邊上 F 點在 BC 邊上, 且 $BE = 10, EC = 12$, 則 $AC =?$

45. 在坐標平面上, 將雙曲線 $xy - 3x + 4y = 13$ 之圖形上的每一點旋轉 $\theta = tan^{-1}\frac{3}{4}$ 後, 其所得的圖形爲雙曲線 H'. 若雙曲線 H' 之一漸近線方程式爲 $ax + by = 1$, 且 $ab < 0$, 則 $a + b =?$

46. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & 0 \end{bmatrix}$, 將點 $P(1,0)$ 變換成點 Q, 則當 $b > 0$ 且 $\triangle OPQ$ 的面積爲 $\sqrt{3}$, $\angle POQ = \frac{\pi}{3}$ 時, 求數對 $(a,b) =?$

47. 極座標方程式 $r = \cos(\frac{\pi}{4} - \theta)$ 所表示的圖形爲?

48. 設方程組 $xy = x + y; x^2 + y^2 = a$ 恰有三組解, 求 $a =?$

49. $f(x)=\frac{ax^3+bx^2+cx+d}{x^2-4}$ 滿足下列三條件:
(1)$f(x)$ 在 $2\sqrt{3},-2\sqrt{3}$ 有極值
(2)$y=f(x)$ 有一漸近線過 (0,2)
(3)$f(x)$ 在 $[0,1]$ 的積分是 $\frac{5}{2}+2\ln\frac{3}{4}$
求 $f(x)$ .... [94中一中]

50. 一數列 Z_n, 其中 $Z_0=0, Z_1=1, Z_{n+1}-Z_n=(1-\sqrt{3}i)(Z_n-Z_{n-1}), n\in\mathcal{N}$
求 $|Z|=20$ 內部含 Z_n 個數 .... [94中一中]

51. 假設地球為一球體, 若以地球的球心為原點, 建立一直角座標系, 設地球表面上有 A,B,C 三地, 若 A,B 兩地坐標分別為 $A(2,1,0)B(1,1,\sqrt{3})$, 而 C 地正好是A,B 兩地間最短路徑的中點, 則 C 地坐標為

52. 設方程式 $x^4-x^3-4x^2+3x+k=0$ 有二根和為 1, 求 k 之值

53. 若 $a^2+b^2+c^2=4, x^2+y^2+z^2=49$, 且 a,b,c,x,y,z 皆為實數, 求 $\begin{vmatrix}a & b & c\\ x & y & z\\ 2 & 4 & 4\end{vmatrix}$=?

54. 不論任何實數 a, 拋物線 $y=x^2-2(a+3)x+a^2+8a$ 恒與一條定直線 L 相切, 則 L 的方程式為何?

55. 設 n 為正偶數, 求證 x^2+x+1 為 $f(x)=(x+1)^{9n+1}-x^{9n+1}-1$ 之因式

56. 投擲一枚公正的錢幣 $2n$ 次, 證明出現正面的次數至少為 n 次的機率為 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{2n!}{n!n!}(\dfrac{1}{2})^{2n+1}$

57. $\cos\dfrac{\pi}{2003}+\cos\dfrac{3\pi}{2003}+\cos\dfrac{5\pi}{2003}+......+\cos\dfrac{2001\pi}{2003}$ =?

58. $z=x^2+y^2$, 過 P 點 $(1,-1,2)$ 求切平面方程式與法線方程式 .... [95全國聯招]

59. 過三角形外一點, 做一射線可將三角形分成面積相等的兩塊區域 .... [95全國聯招]

60. 證明 $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$ .... [95全國聯招]

61. $\sqrt{1+\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}}+\dots+\sqrt{1+\dfrac{1}{2005^2}+\dfrac{1}{2006^2}}$ .... [95全國聯招]

62. $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 3 & 2\end{bmatrix}$=? 求
(1)A^4
(2)A^n .... [95全國聯招]

63. $\triangle ABC$中, 若 $\dfrac{\cot C}{\cot A+\cot B}=99$, 求 $\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$ =? .... [95台中高農]

64. 求函數 $f(x)=\sqrt{x^4-3x^2+4}+\sqrt{x^4-3x^2-8x+20}$ 的最小值 .... [95台中高農]

65. 試求 $y=-x^2-3x+6$ 和 $x+y-3=0$, 所圍區域, 繞 $x=3$ 所得旋轉體的體積 ..... [95台中高農]

66. $\dfrac{\pi^{\frac{1}{99}}}{\pi^{\frac{1}{99}}+\sqrt{\pi}}+\dfrac{\pi^{\frac{2}{99}}}{\pi^{\frac{2}{99}}+\sqrt{\pi}}+\dfrac{\pi^{\frac{3}{99}}}{\pi^{\frac{3}{99}}+\sqrt{\pi}}+\ldots+\dfrac{\pi^{\frac{98}{99}}}{\pi^{\frac{98}{99}}+\sqrt{\pi}}=$ .... [95台中高農]

67. 銳角三角形 ABC 中, 若 H 爲其垂心, 且 $AH=2BC$, 則$\cos A=?$ .... [95台中高農]

68. 設 n 爲自然數, 且$(1+\sqrt{3})^n=a_n+b_n\sqrt{3}, a_n, b_n\in Q$, 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=?$ .... [95台中高農]

69. 一火車站有四個入口處, 每個入口處每次只能一人進站, 今有五人進站, 共有多少種不同進站方式?
. ... [95台中高農]

70. 球面 $S: x^2+y^2+(z-6)^2=r$, 過原點對球面 S 作三條切線, 若此三條切線兩兩互相垂直, 則 $r=?$

71. 已知三角形 ABC 中頂點 $A(0,3)$, $\angle B, \angle C$ 外角平分線所在方程式分別爲 $x-y-1=0$ 與 $x+1=0$, 求 BC 邊所在直線方程式?

72. 設 n 爲正整數, 另 $A=(5n+5)(5n+10)(5n+15)(5n+20)\ldots(5n+5n)$
(1) 將 A 展開後以十進位表示, 後面結尾有幾個連續的零?
(2) 證明 (1) 的推論 (數學歸納法)

73. $(x+y+z)^{2006}+(x-y-z)^{2006}$ 化簡後會有多少相異項? .... [95和美]

74. 一袋中有黑子與白子若干, 每個取到的機會均等, 若取二黑子的機率比取二白子的機率多 $\frac{13}{47}$, 求白子、黑子有多少個?
(好像有給黑、白子的個數在800-1200之間, 忘了眞的數據) .... [95和美]

75. $z^6=1$ 的六個根畫在高斯平面上爲點$P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$, 另一複數點 $A(1+i)$, 求

$\overline{AP_0}\times\overline{AP_1}\times\ldots\times\overline{AP_5}$ 的值 .... [95和美]

76. $f(x)$ 爲 2004 次多項式, 且 $f(k)=\dfrac{1}{k}, k=1,2,...,2005$, 求 $f(2006)=?$ .... [95斗六]

77. 100! 展開後, 從個位數算起第一個不爲零的數字爲何? .... [95斗六]

78. 在 4×5 的小正方格中, 可畫出的所有矩形面積和爲多少? .... [95斗六]

79. x, y, z 爲正實數, 已知 $xyz=32$, 求 $x^2+4xy+4y^2+2Z^2$ 最小值爲多少? .... [95斗六]

80. 邊長爲 6 的正四面體中, 放入 20 個相同的小球, 求球的最大半徑爲多少? .... [95斗六]

81. 正五邊形中, 對角線所形成的星形面積與正五邊形面積比値爲多少? .... [95斗六]

82. 矩陣 $P=\begin{bmatrix}0.8&0.2&0.1\\0.1&0.7&0.3\\0.1&0.1&0.6\end{bmatrix}$, 求 $P^n=$ .... [95竹工]

83. $(m+n)^n=m^n+2000$, 試求 m,n 之正整數解? .... [92中二中]

84. 試證: $x\in\mathcal{N}, x^{n+1}+n\geq(n+1)x$ .... [92中二中]

85. 設兩定點$A(3,1,-2),B(2,2,1)$, 直線 $L:x+2y-z=0,2x-y+z=0$, 求 L 上一點 C, 使 $\triangle ABC$的面積爲最小, 其最小值爲? .... [92中二中]

86. $\triangle ABC$ 中,$\angle C=90^\circ, AC=\sqrt{3}, BC=1$,$P$ 在 $\triangle ABC$ 內, 且$\angle BPC=120^\circ,\angle APC=120^\circ$, 求 CP 長爲何? .... [95彰商]

87. $\tan 20^\circ\tan 40^\circ\tan 60^\circ\tan 80^\circ=$? .... [95彰商]

88. $C_0^{95}-C_1^{95}+C_2^{95}-\ldots+C_{94}^{95}-C_{95}^{95}=$? .... [95彰商]

89. 已知 $\begin{cases}z=\cos a+i\sin a\\w=\cos b+i\sin b\end{cases}$, 且 $z+w=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}i$ 求 $\tan(a+b)=$? .... [95竹商]

90. a,b,c,d 爲整數 $1\leq a\leq b<c\leq d\leq 8$, 求 (a,b,c,d)有幾種取法? .... [95竹商]

91. $A_{n+1}=A_n+A_1+2n$, $A_1=3$, 求無窮級數的和 $\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}+\frac{1}{A_3}+$ .... [95竹商]

92. $f(x)=x^2+px+q, f(1)=28, f(x)=0, f(2x)=0$有一個非 0 的共同解, 求 $f(x)=0$ 的解[95竹商]

93. 5種顏色, 分別塗在 a b c d e 上,a, e 要同色 b c d 相鄰不同色, 請問有幾種方式 .... [95竹商]

94. 圓 C: $(x-1)^2+(x-2)^2=1$,A(5,1),Q 點在圓 C 上,P 點在 X 軸上, 使 AP+PQ 最小, 問 Q 點座標爲? .... [95竹商]

95. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{(1+\tan x)^2}dx=$?

96. $\displaystyle\int_0^{\infty}e^{\frac{-x^2}{2}}dx=$?

97. 已知 $\dfrac{4y-7z}{x}=\dfrac{2x-2z}{5y}=\dfrac{x+2y}{z}$, 求 $\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}=$?

98. a,b,c 爲三角形三邊長, 證明: $abc\geq(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$

99. 試解方程式 $\dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}=\dfrac{3}{7}$ 之所有 x,y 整數解? .... [95嘉義高工]

100. 設 a, b, c 是方程式 $x^3+3x-1=0$ 的三根, 問 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}=?$ .... [95嘉義高工]

101. 設一建築物 A 在正北方, 另一建築物 B 在北30度西, 若朝西北方向前進4公里 , 再觀察建築物 A 在東北方, 建築物 B 在東15度南, 試問 AB 之間距離? .... [95嘉義高工]

102. 設 $w=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}$, 求 $\dfrac{1}{2-w}+\dfrac{1}{2-w^2}+\dfrac{1}{2-w^3}+\dfrac{1}{2-w^4}=?$ .... [95嘉義高工]

103. 空間中有 A(1,0,2), B(2,3,0), 試在 X 軸上找一點 P 使 PA+PB 有最小值,
則 P 點坐標爲何? .... [95嘉義高工]

104. 設 a, b 是實係數方程式 $x^2-2\sqrt{2}x+m=0$ 之兩根, 若 $|a-b|=3$ 求 $m=?$ .... [95嘉義高工]

105. 設 n 爲正整數, 求 $9n+4$ 與 $7n+3$ 的最大公因數? .... [95嘉義高工]

106. 在 1,2,3,4,5,7,9 七個數字中, 任取 2 數做對數的底數與眞數, 試問能作出幾個不同對數值? [95嘉義高工]

107. 設 $a_1=2, a_2=5, a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n$, 求 $a_n=?$ .... [95嘉義高工]

108. 直線 $L: \sqrt{2}(x+y)+1+a=0$, 圓 $C: x^2+y^2=a, a>0$ 則二者的位置關係爲? .... [95竹工]

109. $A_1=3, A_{k+1}=A_k+(k-3), k\in\mathcal{N}$, 求 $A_{100}=?$ .... [95竹工]

110. 矩陣 $A=\begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$, 且 $A^{2006}=I_2$, 求 $A=?$ .... [95竹工]

111. 求 $P(n)=\dfrac{C_1^6\times C_2^n}{C_3^{6+n}}, n\geq 2$ 的最大值 .... [95竹工]

112. 甲乙兩生解方程式 $\log_2 x+b+c\log_x 2=0$, 甲生看錯 b 得兩解 2, 4, 乙生看錯 c 得的兩解 2, $\frac{1}{16}$, 求 b, c 及正確之解. .... [95南港高工]

113. 將 8 個人兩兩一組, 分別派到四個處室實習, 共實習兩天, 第二天不能再同組, 共有多少種分法?
.... [95南港高工]

114. 兩個圓內切, 大圓和小圓的圓心在同一條直線 AB 上,A 點在共切點上,B 點在大圓上, 還有一條直線與小圓相切, 要求直線 (到大圓) 與 B 點所圍成的面積? .... [95屏北高中]

115. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{n^4+n^2+1}=?$ .... [95屏北高中]

116. 設 m, n 互値, 證明 $gcd(m+n, m-n)=1$ 或 2 .... [95屏北高中]

117. 若 A, B 爲兩個正交矩陣,(i.e. $A^TA = I, B^TB = I$), 且 $det(A) = -det(B)$
(1) 證明: $det(A) = +1$ 或 -1
(2) 證明: $det(A + B) = 0$ . . . . [95屏北高中]

118. $[x]$ 表高斯符號,x, y, z 爲正實數, 求 $[\frac{x+y}{z}] + [\frac{y+z}{x}] + [\frac{z+x}{y}]$ 之最小值 . . . . [95屏北高中]

119. 盜到空墓的機會是 $\frac{9}{10}$, 請問至少要盜幾個幕以上才能使盜到墓的機會大於一半 . . . . [95木柵高工]

120. (1) 證明 $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \dfrac{1}{8}$
(2) 求 $\dfrac{1}{\cos 40^\circ} + \dfrac{1}{\cos 80^\circ} - \dfrac{1}{\cos 20^\circ} =?$ . . . . [95木柵高工]

121. 用左手手指從 1 開始數數, 順序爲:
大拇指 → 食指 → 中指 → 無名指 → 小指 → 無名指 → 中指 → 食指 → 大拇指 → 食指...
(1) 求大拇指數到的第 n 個數爲何? 並說明其規律
(2) 求 999 會是由哪個手指數到 . . . . [95木柵高工]

122. 幾何圖形證明, 正三角形的內部一點向三邊做垂線 (圖一), 過該點做各邊的平行線, 得出三個以此三垂線爲高的小三角形 (圖二), 平行移動右邊的那個 三角形到正三角形的頂端 (圖三), 旋轉頂端及左端的三角形使其緊密排列, 並使得三垂線都與正三角形的高平行 (圖四). 題目畫出四個圖形, 此定理爲某數學家提出 (維維亞尼?), 並由日本數學家 (xxxx) 以圖形證明出此定理, 請問:
(1) 此爲何定理, 說明之.
(2) 將此無字之圖形證明用文字敍述出來 . . . . [95木柵高工]

123. 設 abc 爲三位數之正整數, 求證:
$19|abc \Leftrightarrow 19|(10a + b + 2c)$ . . . . [95木柵高工]

124. 設 $a, b \in \mathcal{N}, x^3 + ax^2 + bx = o$, 有一非零整數根, $x^3 + ax^2 + bx - 2 = o$, 有整數根, 求 $(a, b) =?$
. . . . [95桃園高中]

125. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{bmatrix}$ 圖形 $4x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ 經 A 變換後, 與 x 軸相切, 求 $a =?$ . . . . [95桃園高中]

126. 過 $P(1, 2, -1)$且與 x, y, z 軸相切的球面, 求其半徑? . . . . [95桃園高中]

127. 在半圓上, 有一個四邊形 $ABCD, \angle ABC = 120^\circ$, 直徑 $AD = 4$, 求 $AB + BC + CD$ 的最大值
. . . . [95桃園高中]

128. 求 $\dfrac{\sin 20^\circ}{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ} =?$ . . . . [95桃園高中]

129. 設 $P_i, i = 0 \ldots 10$ 爲單位圓上的 11 個等分點, $A(3, 4)$ 求$\displaystyle\sum_{i=0}^{10} AP_i^2 =?$ . . . . [95桃園高中]

130. 五位同學的身高爲 171,175,176,a,b, 問另兩位同學身高爲多少時, 標準差最 小? .... [95桃園高中]

131. 求滿足 $log_{x+y}(\sqrt{1-x^2}) > \log_{x+y} y$ 的圖形面積 .... [95桃園高中]

132. 求過 $(1,1,1),(-1,1,1),(1,-1,1),(1,1,-1),(-1,1,1),(-1,1,-1),(-1,-1,1),(-1,-1,-1)$ 此八點的立方體與 $x+2y+37=4$ 截面積 .... [95桃園高中]

133. 甲獲勝的機率爲乙的兩倍, 甲有 200 元, 乙有 100 元, 每次 100 元, 求甲先輸光的機率 ... [95桃園高中]

134. 設 a,b,c,d 爲互異的自然數, 試証: $(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$ 恆爲 12 的倍數 .... [95南女中]

135. 實係數 $x^3+(k-3)x^2+ax+b=0$ 有虛跟 $2+3i$ 求 ab 極值 .... [95南女中]

136. 求雙曲線 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 上一點 P 到 $A(2,0),B(5,7)$ 之距離和的極小值 .... [95南女中]

137. 求 $(1-2x+3x^2)^6$ 展開式的 x^6 的係數爲 .... [95桃園農工]

138. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos mx \sin nx\, dx = ?$ .... [95桃園農工]

139. 圓錐 $x^2+y^2=z^2$ 和平面 $2x+3y=5$ 交一橢圓, 求橢圓的長短軸頂點, 焦點座標 ...... [95桃園農工]
(註: 原題目有誤, 應交爲雙曲線)

140. 求過 Z 軸且和球 $x^2+y^2+z_2^2x-4y-2z+4=0$ 相切的平面方程式 .... [95桃園農工]

141. 利用極限定義$(\epsilon-\delta)$, 試證 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x-1}{2x+1}=3$ .... [95桃園農工]

142. 如何解釋 95% 信心水準, 抽樣誤差的意義 .... [95桃園農工]

143. (1) 過 $(0,2)$ 和曲線 $C: y=x^3$ 相切的直線方程式 L 爲
(2) L 和 C 所圍成的面積爲 .... [95桃園農工]

144. 如圖 $\angle ABD=30°, \angle CBD=15°, \angle CAD=15°, \angle BCD=30°$ 求 $\angle ADC=?$ .... [95桃園農工]

145. 過 $(4,-3)$與 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 相切的直線有 m 條, 而過 $(0,0)$ 的切線有n 條, 則 $(m,n)=?$[95竹崎高中]

146. 設 $a_1=4, a_{n+1}=\dfrac{4a_n+8}{a_n+6}$, 求 $a_n=?$ .... [95竹崎高中]

147. $\displaystyle\int \frac{1}{1-sinx}\,dx=?$ .... [95竹崎高中]

148. 令 $y=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$ 與 $y=\dfrac{a}{2^x+2^{-x}}$ 交點爲 A,B, 若$\overline{AB}=1$, 試求 a 之值 .... [95竹崎高中]

149. 令 A, B, C爲 $\triangle ABC$ 之三內角, 若 $\sin A \sin(A+2B) = \sin B \sin(C-A)$, 試判別 $\triangle ABC$ 爲何種三角形 .... [95竹崎高中]

150. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\ldots+\sqrt{n}}{\sqrt{n^3}}$ $=?$ .... [95竹崎高中]

151. 試求 $f(x) = 1 - x^2 + \sqrt{9-x^2}$ 之最大值, 最小值 .... [95竹崎高中]

152. 空間中一球面 $S: x^2+y^2+z^2=4$, 一平面 $E: y-z=2$, C 爲 E 截 S 的圓, 若此圓在 xy 平面投影之曲線方程式爲 $x^2+ay^2+bx+cy+d=0$, 求 $(a,b,c,d)=?$ .... [95台東女中]

153. 在 $\triangle ABC$ 中,$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle A$ 的分角線交 $\overline{BC}$ 於 D , 其中$\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{AC}$ 求 $\angle C=?$

154. $\overline{PA}$ 與 $\overline{QB}$ 爲空間兩歪斜線, 其中 $\overline{PQ}$ 同時垂直於 $\overline{PA}$ 與 $\overline{QB}$, 且 $\overline{PA}=3, \overline{QB}=4, \overline{AB}=6$, $\overrightarrow{PA}$ 和 $\overrightarrow{QB}$ 兩向量的夾角爲 60度, 求這兩歪斜線距離

155. 等腰 $\triangle ABC$ 中,$\overline{AB}=\overline{AC}$, D 爲 $\overline{BC}$ 中點, 作 $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AC}$ 於 E, F 爲 $\overline{DE}$ 中點 試證: $\overline{AF}\perp\overline{BE}$

156. 設 P爲 $\triangle ABC$中任意一點, 過 P 點對 BC, CA, AB 作垂線, 分別交於 D, E, F
試證: $PA+PB+PC > 2(PD+PE+PF)$

157. 有編號 1-6 號的球, 抽出一球後即將該號碼的因數倍數也抽出 (如抽出爲2號, 則1,4,6就同時被拿出了), 然後再繼續抽下一球, 試問最後一抽時, 袋中爲5號的機率

158. 以 A, B, C 爲銳角三角形之三內角, 求 $log_3 \cot A \cot B \cot C$ 的最大值

159. 袋中有2白球,3黑球,8紅球, 每次取1球, 取後不放回, 取中紅球或黑球就停 , 求取出紅球個數的期望值?

160. 設 x 爲任意實數, 求 $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ 的一般解.

161. 某人解一問題"將3張相同的卡片與4個相同的盒子, 分給甲乙2人, 每人至少得一張卡片或一個盒子, 問有幾種方法". 他用算式 "H(2,1)H(2,4)+H(2,3)H(2,2)-H(2,1)H(2,2)"求解, 請問正確嗎? 若正確, 請指出其原理; 若錯誤, 請指出其錯處.

162. 設 n 個變量 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的算術平均數爲 a , 標準差爲 S, 若滿足下式 $a-kS < x_i < a+kS$的變量 x_i 的個數爲 N, 則試證: $n(1-\frac{1}{k^2}) \leq N$

163. 求 $2\sin\frac{3x}{5} - 4\cos\frac{7x}{2} - 7$ 的週期?

164. 若 $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\ldots+\dfrac{1}{1998}=\dfrac{b}{a}, (a,b)=1$, 且 a, b 爲正整數, 證: b 必爲 1999 的倍數

165. 設線段 ST 爲圓上任一弦, M爲線段 ST 之中點, 線段 AD , 線段 BC 爲過 M 之任意弦,AB 交 ST 於 P, CD 交 ST 於 Q, 證明:$PM=QM$

以下爲95年新港藝術高中考題

166. 若 $S=\{1,2,3,4,5,6\}, A=\{f|f$爲由 S 映射到 S 的函數, 一對一且映成, $f^6=id, f^{i!}=id\}$, 試問 A 有幾個元素 (id 表一定值,f^2 表 f 與 f 的合成函數,f^i 表 f^{i-1}與 f 的合成函數)

167. 兩平面 E,F, 夾角爲 $120°$, L 爲 E,F 之交線,P 爲 E 上之一點,Q 爲 F 上之一點, P 點到 L 距離爲 3,$\overline{PQ}=20$, 設 θ 爲 $\overline{PQ}$ 與 F 之夾角, 求 $\sin\theta=?$

168. 若 n 爲正整數,n 爲 16! 的因數, 但不爲 14! 的因數, 試求 n 之最小值

169. 若 $y=tanx$ 與 $y=3x$ 在第一象限的交點爲 $A_1(x_1,y_1),A_2(x_2,y_2),...,A_n(x_n,y_n)$
其中 $x_1<x_2<...<x_n$, 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\overline{A_nA_{n-1}}=?$

170. 設 $N=19^{88}-1$, 試求 N 的正因數中, 型如 2^x3^y 的正因數的總合

171. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\{(n+1)(n+2)\dots(n+n)\}^{\frac{1}{n}}=?$

172. $f(x)=4x^2-4ax+a^2-2a+2,\ 0\le x\le 2$, 若 $f(x)$ 最小值爲 3 , 求 a 值

173. 三角形 ABC 爲 $(\dfrac{x}{3})^2+(\dfrac{y}{2})^2=1$之內接三角形, 過三頂點 A,B,C 之切線皆平行於對邊, 求 $\triangle ABC$ 之面積

174. 平面上四點 $(31,27),(42,43),(60,27),(46,16)$ 分別在正方形 $ABCD$ 之$\overline{AB},\overline{BC},\overline{CD},\overline{DA}$ 上, 求正方形 $ABCD$ 之面積

175. 設 $f(a)$ 爲 a 之各位數字中非零數之倒數和, $S_n=\displaystyle\sum_{a=1}^{10^n}f(a)$, 試求 S_n 爲整數時,n 之最小值

176. $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\int_x^{\sqrt{1-x^2}}\frac{1}{4-x^2-y^2}\,dy\,dx=?$

177. 令 $f(x)$ 表 x 的小數部分, 試求 $f(\dfrac{4\times 1}{2006})+f(\dfrac{4\times 2}{2006})+\dots+f(\dfrac{4\times 2006}{2006})=?$

178. 一橢圓兩焦點爲 $(3,12),(5,27)$, 已知此橢圓與 y 軸相切, 求長軸之長度

179. 有 5 張號碼牌, 3 點的有 2 張, 2 點的有三張, 今每次抽兩張, 抽完皆放回。若點數相同, 則繼續抽, 若點數不同, 則停止, 試問期望值爲何?

180. 已知 a 爲方程式 $x^3-x^2+x+2=0$ 之一根, $b=-a^2+2a+1$
(1) 試寫出以 b 爲一根的有理係數方程式
(2)$\frac{1}{b}=?$ (以 a 的多項式表示)

181. 設 n 爲正整數, a 爲有理數, a 不爲整數, $0<a<2000$, $\{a^2\}=\{\dfrac{n!}{2000}\}$, 試問 (a,n) 共有幾組解, 其中 {b} 表 b 的小數部分

182. $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$

(1) 試證: $< S_n >$ 收斂

(2) $\lim_{n \to \infty} S_n = ?$