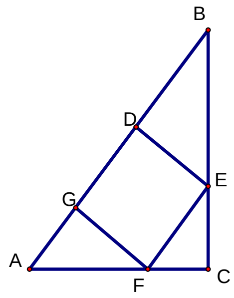
國立彰化高級中學 104 學年度 第一次教師甄選 數學科 試題卷

說明: (A)測驗時間: 120 分鐘

(B)第 1 題到第 13 題，每題 7 分；第 14 題 9 分；滿分 100 分。

答案卷上請標題號，需計算過程(或想法)，否則，斟酌給分。

1. $\tan\frac{\pi}{7}\tan\frac{2\pi}{7}\tan\frac{3\pi}{7}$ 之值為何 ？



2. 一個直角三角形，斜邊$\overline{AB}=c$，兩股$\overline{CB}=a$，$\overline{AC}=b$，如圖 DEFG 為一個正方形，求正方形 DEFG 面積(用 a, b 表示)

3. A、B、C 三個袋子，A 袋有 5 紅球、3 白球，B 袋有 3 紅球、3 白球，C 袋有 5 紅球、7 白球，王老師先隨機選一袋、再從該袋中抽取一球，王老師將此球交予楊同學。今楊同學拿到紅球，請問此球來自於 A、B、C 袋的機率各是多少？

4. 已知雙曲線$x^2-y^2-6x+2y-9=0$ 的圖形上恰有四個點的(x,y)座標均為整數，則以此四點為頂點的凸四邊形面積為何 ？

5. 若 $(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x+15)=\sum_{k=0}^{15}a_kx^k$ ，求a_{12}之值。

6. 若 $n\geq 3$，$n\in N$，試證：$n^{n+1}>(n+1)^n$ 。

7. 若 $x\in \mathrm{N}$，且$\sqrt{1648+x^3}-\sqrt{4949-x^3}=75$，求 x 。

8. 求 $\sum_{k=3}^{2015}\frac{k}{k!+(k-1)!+(k-2)!}$ 之值。

9. 求滿足$\sum_{k=1}^{n}\frac{5^kC_k^n}{k}\geq 6^{2015}$的最小正整數 $n=$？

10. 已知 $f(x)=\int_x^{x^2}\sqrt[3]{-65+38t+t^4}dt$ 在$x=2$附近為可微，求 $f'(2)$之值。

11. $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{u}$為空間中的四個向量, 若$\vec{a}\times\vec{b}=(-2,2,1),\vec{a}\times\vec{c}=(2,1,2)$,

且$|\vec{a}|=6$ $\vec{u}=$ (1, 2 求$\vec{a}$與$\vec{u}$ 所張出的平行四邊形面積?

12. 設數列$\{a_n\}$滿足$a_{k+2}=a_{k+1}-a_k$ ，$\forall k\in N$，而且前 2000 項和為 2014，前 2014 項和為 2000。試求前 2015 項之總和。

13. 若 $z_1,z_2\in C$，若 $|z_1-4|=|iz_2-2-2i|=2$，求 $|z_1+z_2|$的最大值。

14. $A=\{1,2,3,4,\cdots,\cdots,24,25\}$，$B=\{x|x\in A\}$，且 $|B|=5$(元素個數)，
若 $a,b\in B$，則 $|a-b|\geq 4$，求 B 的可能總數。