1	有$7,8,9,10,14$五個數，設s_2表任兩數乘積的總和，設s_3表任三數乘積的總和，設s_4表任四數乘積的總和，則$s_2+s_3+s_4$之值為？ 【解答】48191 【詳解】設 $f(x)=(x+7)(x+8)(x+9)(x+10)(x+14)$，則 $f(x)=x^5+(7+8+9+10+14)x^4+s_2x^3+s_3x^2+s_4x+7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot14$。 $x=1$ 代入，解 $f(1)=8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot15=1+(7+8+9+10+14)+s_2+s_3+s_4+7\cdot8\cdot9\cdot10\cdot14$， 可得 $s_2+s_3+s_4=48191$	104 新 竹 女 中	1		A 0 0 4 9
1	一副 52 張的撲克牌，點數有 A,2,3…,K 各 4 張，經隨機洗牌後，求前二張有 A 或最後一張是 A 點的機率為？ 【解答】$\frac{1201}{5525}$ 【詳解】機率=1-P(前二張及最後一張沒有 A)，其中 P(前二張及最後一張沒有 A) 等同於抽三張牌沒抽到 A 的機率$\frac{C_3^{48}}{C_3^{52}}$。 所求$1-\frac{C_3^{48}}{C_3^{52}}=\frac{1201}{5525}$。	104 新 竹 女 中	2		A 0 0 5 0
1	空間中有兩點$A(5,5,2),B(3,-2,1)$，另有一直線$L:\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}$。在直線 L 上找一點 P，使得$\overline{AP}+\overline{BP}$ 的值為最小，此時 P 點坐標為？ 【解答】$P(\frac{5}{3},\frac{1}{3},\frac{-2}{3})$ 【詳解】設 $P(2t-1,t-1,-2t+2)$， $\overline{AP}+\overline{BP}=\sqrt{(2t-6)^2+(t-6)^2+(-2t)^2}+\sqrt{(2t-4)^2+(t+1)^2+(-2t+1)^2}$ $=\sqrt{9t^2-36t+72}+\sqrt{9t^2-18+18}=\sqrt{9\left[(t-2)^2+2^2\right]}+\sqrt{9\left[(t-1)^2+1^2\right]}$ $=3\left[\sqrt{\left[(t-2)^2+2^2\right]}+\sqrt{\left[(t-1)^2+1^2\right]}\right]$ 可視為$(t,0)$到$(2,2),(1,1)$兩點距離和的 3 倍，當$t=\frac{4}{3}$時，距離為最小，將$t=\frac{4}{3}$代入 $P(2t-1,t-1,-2t+2)$可得$P(\frac{5}{3},\frac{1}{3},\frac{-2}{3})$。	104 新 竹 女 中	3		A 0 0 5 1

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>設 $\tan\alpha,\tan\beta$ 為方程式 $x^2+(2p-1)x+4p^2=0$ 之兩根，若 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\tan^k(\alpha+\beta)$ 之值存在，則 p 之範圍為？

【解答】 $0<p\le\frac{1}{6}$

【詳解】(1)方程式有兩根，判別式 $D=(2p-1)^2-16p^2\ge 0$，$-\frac{1}{2}\le p\le\frac{1}{6}$。

(2) $|\tan(\alpha+\beta)|<1\Rightarrow\left|\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\right|<1\Rightarrow\left|\frac{-(2p-1)}{1-4p^2}\right|<1$，可解得

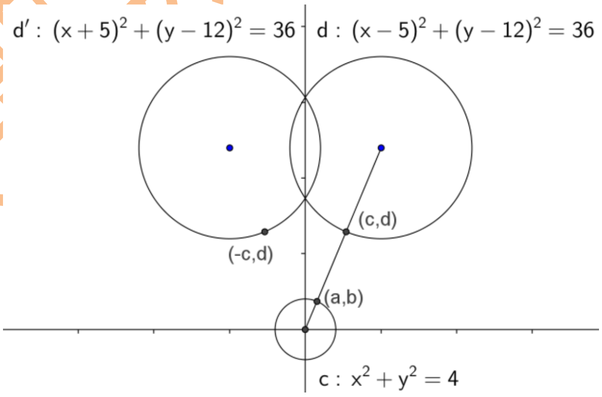
$\left|\frac{-(2p-1)}{1-4p^2}\right|=\left|\frac{1}{1+2p}\right|<1$， $p>0\vee p<-1$。

因此所求 p 之範圍為 $0<p\le\frac{1}{6}$。</td>
<td>104
新竹女中</td>
<td>4</td>
<td></td>
<td>A00052</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>設實數 a,b,c,d 滿足 $a^2+b^2=4$ 與 $(c-5)^2+(d-12)^2=36$，若 $\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}$ 的最大值為 M，$(a-c)^2+(b-d)^2$ 的最小值為 m，則數對 $(M,m)=$？

【解答】 $(38,25)$

【詳解】 $(c-5)^2+(d-12)^2=36$，由幾何觀點可知 $(13-6)^2\le c^2+d^2\le(13+6)^2$，同理

$(13-6)^2\le(-c)^2+d^2\le(13+6)^2$。

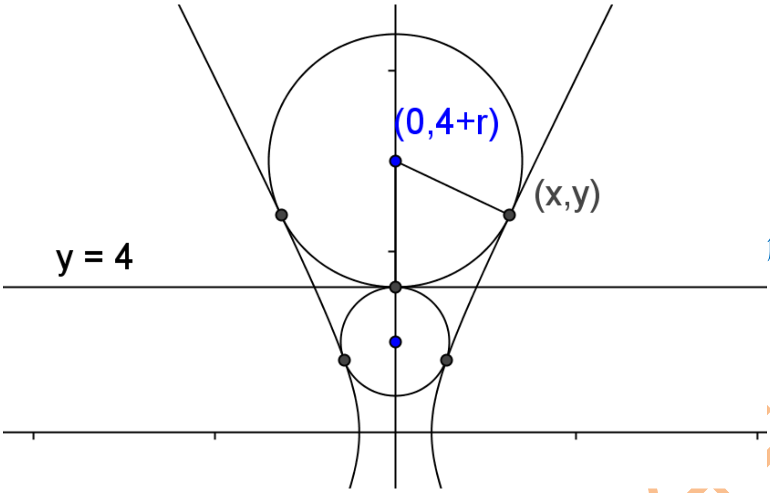


$\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=ad-bc$，利用柯西不等式，$(a^2+b^2)\left[d^2+(-c)^2\right]\ge(ad-bc)^2$，可知

$4\times19^2\ge(ad-bc)^2$，所以 $\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=ad-bc\le\sqrt{4\times19^2}=38$。

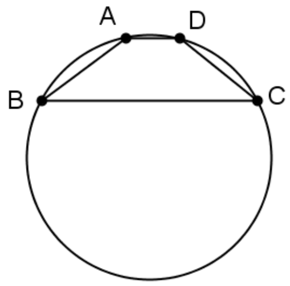
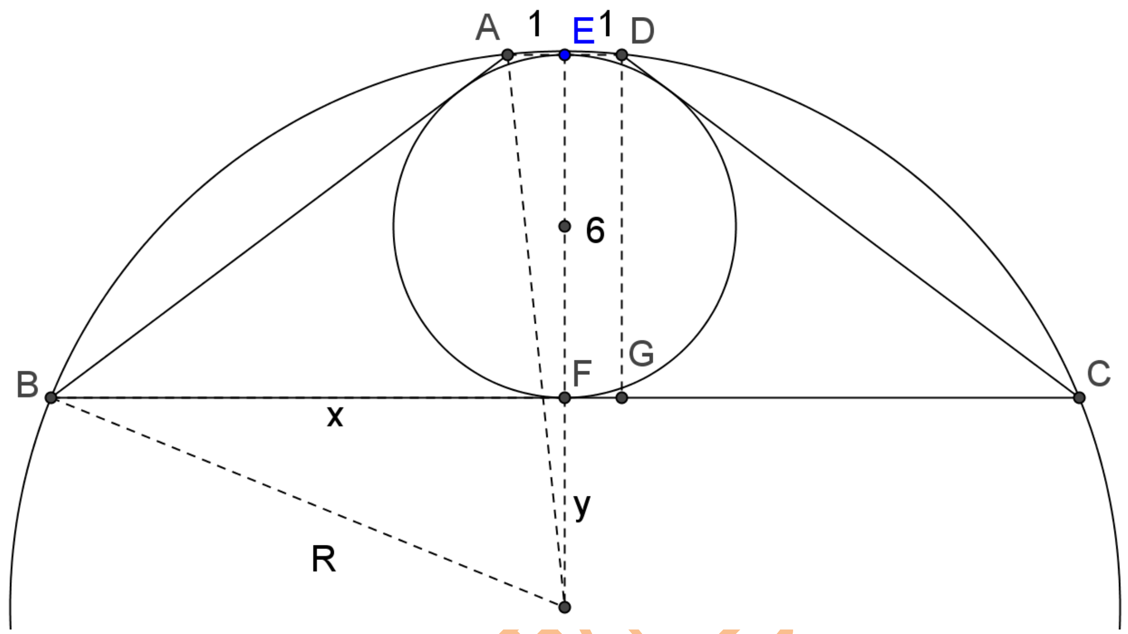
$(a-c)^2+(b-d)^2$ 可視為兩圓之間距離平方，最小值為 $(13-2-6)^2=25$</td>
<td>104
新竹女中</td>
<td>5</td>
<td></td>
<td>A00053</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>圓心在 y 軸上，且與雙曲線 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 及直線 $y=4$ 均相切的圓之半徑為？

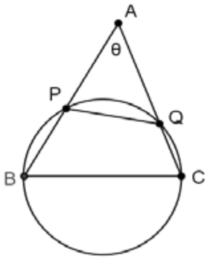
【解答】$\frac{7}{2}\vee\frac{3}{2}$
【詳解】由於圖形對稱的緣故，可知圓心在 y 軸上，設圓心為 $(0,4+r)$，則此圓為 $x^2+\left[y-(4+r)\right]^2=r^2$，此圓與雙曲線相切，因此圓與雙曲線解聯立，判別式等於 0。


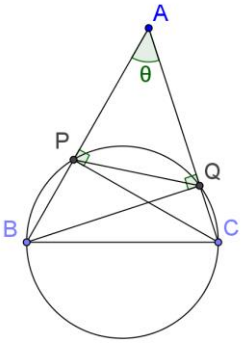
解 $\begin{cases}x^2+\left[y-(4+r)\right]^2=r^2\\ x^2-\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$
消去 x^2 可得 $\frac{5}{4}y^2-2(4+r)y+\left[(4+r)^2-r^2+1\right]=0$，判別式
$D=4(4+r)^2-5\left[(4+r)^2-r^2+1\right]=0\Rightarrow 4r^2-8r-21=0, r=\frac{7}{2}\vee-\frac{3}{2}$。
因此圓半徑為 $\frac{7}{2}\vee\frac{3}{2}$。</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>6</td>
<td></td>
<td>A
0
0
5
4</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>設 $2a+2b+2c+2d=11$，$2(a+b)(c+d)=5$，則
$\log(a+b)^2\log(c^2-d^2)-\log(a+b)\log(c-d)^2$ 之值為
(計算至小數點第四位，第五位以下無條件捨去，$\log 2=0.301, \log 3=0.4771$)？

【解答】-0.4207
【詳解】原式 $2\log(a+b)\left[\log(c+d)+\log(c-d)\right]-2\log(a+b)\log(c-d)$
$=2\log(a+b)\log(c+d)$。
由題目條件可知 $(a+b)+(c+d)=\frac{11}{2}$，$2(a+b)(c+d)=5$，解聯立可知
$\left[\frac{11}{2}-(c+d)\right](c+d)=\frac{5}{2}$，$(c+d)=5,\frac{1}{2}$。
所求 $2\log(a+b)\log(c+d)=2\log(\frac{1}{2})\log 5=-0.602\times0.699=-0.420798$，取 -0.4207。</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>7</td>
<td></td>
<td>A
0
0
5
5</td>
</tr>
</table>

1	大圓內有一個內接等腰梯形 ABCD，上底為 $\overline{AD}=2$，ABCD 並有一個較小的內切圓，若小圓的半徑為 3，則大圓的半徑為 ？  【解答】$\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$ 【詳解】  如圖，設下底 $\overline{BC}=2x$，由於等腰梯形有內接圓，可知 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$，可知 $\overline{AB}=\overline{CD}=x+1$，過 D 點作垂線交 $\overline{BC}$ 於 G，可得一直角三角形 ΔDGC，邊長 $6,(x-1),(x+1)$，代畢氏定理可知 $x=9$。 設大圓半徑為 R，大圓圓心與 $\overline{BC}$ 的弦心距為 y，則有 $R^2=x^2+y^2$，以及 $R^2=1^2+(y+6)^2$，兩式相減可解出 $y=\dfrac{11}{3}$，代回求得 $R=\sqrt{(\dfrac{11}{3})^2+9^2}=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$	104 新竹女中	8			A0056

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>袋中有編號$1,2,3,....,n$ 的球各 1 個，今自袋中任取 3 球，令隨機變數 X 表所取出球中號碼之最大值，則 X 之期望值 $E(X)$=？

【解答】$\frac{3(n+1)}{4}$
【詳解】設三數中取到的最大值為 k，代表任取三數時，其中兩數是由小於 k 的(k-1)個數中選出來的。$p(x=k)=\frac{C_2^{k-1}}{C_3^n}$。
期望值 $E(X)=\sum_{k=3}^{n}k\frac{C_2^{k-1}}{C_3^n}=\frac{1}{C_3^n}\sum_{k=3}^{n}kC_2^{k-1}=\frac{1}{C_3^n}\times 3\sum_{k=3}^{n}C_3^k=\frac{3}{C_3^n}\times C_4^{n+1}=\frac{3(n+1)}{4}$</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>9</td>
<td></td>
<td>A
0
0
5
7</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>如右圖，銳角ΔABC 中，設$\angle A=\theta$，若以$\overline{BC}$ 為直徑作圓，此圓交$\overline{AB}$於 P 點，交$\overline{AC}$ 於 Q 點，若四邊形 PBCQ 的面積是ΔAPQ的面積 t 倍，則$\cos\theta=$ ？


【解答】$\frac{1}{\sqrt{t+1}}$
【詳解】連接$\overline{BQ},\overline{CP}$，可知$\cos\theta=\frac{\overline{AQ}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}}$，$\cos^2\theta=\frac{\overline{AQ}\times\overline{AP}}{\overline{AB}\times\overline{AC}}$。


又$\Delta APQ:\Delta ABC=1:1+t=\frac{1}{2}\overline{AQ}\times\overline{AP}\sin\theta:\frac{1}{2}\overline{AB}\times\overline{AC}\sin\theta$，
可得$\overline{AB}\times\overline{AC}=(1+t)(\overline{AQ}\times\overline{AP})$，因此$\cos^2\theta=\frac{\overline{AQ}\times\overline{AP}}{\overline{AB}\times\overline{AC}}=\frac{1}{1+t}$，可得$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+t}}$。
【猜解】令$\theta=60^\circ$，此時$t=3$，可猜出$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{1+3}}$。</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>1
0</td>
<td></td>
<td>A
0
0
5
8</td>
</tr>
</table>

1	滿足 $x+y+z+w=xyzw$ 的正整數 x, y, z, w 解有幾個？ 【解答】12 【詳解】不失一般性先設 $x\le y\le z\le w$，則 $xyzw=x+y+z+w\le 4w$，可知 $xyz\le 4$。 若 $xyz=1$，$(x,y,z)=(1,1,1)$ 代入得 $3+w=w$，不合。 若 $xyz=2$，$(x,y,z)=(1,1,2)$ 代入得 $4+w=2w$，得 $w=4$。 若 $xyz=3$，$(x,y,z)=(1,1,3)$ 代入得 $5+w=3w$，$w=\frac{5}{2}$ 不合。 若 $xyz=4$，$(x,y,z)=(1,2,2)$ 代入得 $5+w=4w$，$w=\frac{5}{3}$ 不合。 $(x,y,z)=(1,1,4)$ 代入得 $6+w=4w$，$w=2$，為 $(1,1,2,4)$ 的一組排列。 因此四個數只有 $(1,1,2,4)$ 的排列符合，共有 $\frac{4!}{2!}=12$ 個解。	104新竹女中	11		A0059
1	將 AAABBCCD 共八個字母排成一列，同字母不相鄰的排列方法有幾種？ 【解答】384 【詳解】先排 BBCCD，再將 A 插入空隙。利用排容原理 $\frac{5!}{2!2!}\times C_3^6-2\times\frac{4!}{2!}\times C_3^5+3!\times C_3^4=384$	104新竹女中	12		A0060
1	多項式 $(1+x+x^2+...+x^{25})(1+x+x^2+...+x^{12})^2$ 展開式中，x^{24} 項的係數為？ 【解答】169 【詳解】設三個括號中分別取得 x^a, x^b, x^c 乘開，則考慮 $a+b+c=24$，且 $0\le a\le 25$，$0\le b\le 12$，$0\le c\le 12$ 的非負整數解 $H_{24}^3-2H_{11}^3=169$。	104新竹女中	13		A0061
1	設 x,y,z,w 均為實數，且滿足 $x+y+z+w=8$ 及 $x^2+2y^2+3z^2+6w^2=50$。若 x 的最大值為 M，最小值為 m，則數對 $(M,m)=$？ 【解答】$(7,1)$ 【詳解】由柯西不等式可知 $(2y^2+3z^2+6w^2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6})\ge(y+z+w)^2$，所以 $(50-x^2)\ge(8-x)^2$，可解得 $1\le x\le 7$。	104新竹女中	14		A0062

1

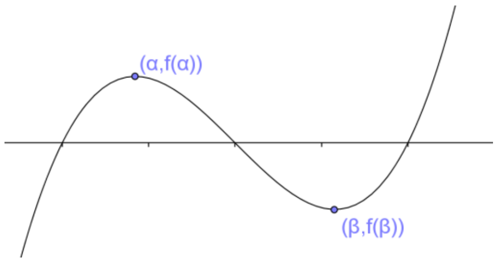
設 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，若 $f(x)$ 之極大值為 A， $f(x)$ 之極小值為 B，且 $f(x)$ 的一階導數 $f'(x)$ 之最小值為 C，則 $A-B+C$ 之最小值為？

104 新竹女中　1 5　A0063

【解答】 $-\frac{1}{4}$

【詳解】 $f'(x)=3x^2+2ax+b=3(x-\alpha)(x-\beta)$，不失一般性設 $\alpha<\beta$，則

$A=f(\alpha),B=f(\beta)$。



由根與係數可知 $\alpha+\beta=-\frac{2a}{3},\alpha\beta=\frac{b}{3}$，可推得 $\alpha-\beta=-\frac{\sqrt{4a^2-12b}}{3}=-\frac{2\sqrt{a^2-3b}}{3}$。

又 $f'(x)=3x^2+2ax+b=3(x^2+\frac{2a}{3}x+\frac{a^2}{9})+b-\frac{a^2}{3}$，可知 $C=b-\frac{a^2}{3}$。

所求 $A-B+C=[f(\alpha)-f(\beta)]+b-\frac{a^2}{3}=\left[\alpha^3-\beta^3+a(\alpha^2-\beta^2)+b(\alpha-\beta)\right]+b-\frac{a^2}{3}$

$$=(\alpha-\beta)\left[\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2+a(\alpha+\beta)+b\right]+b-\frac{a^2}{3}$$

$$=-\frac{2\sqrt{a^2-3b}}{3}\left[\frac{4a^2}{9}-\frac{b}{3}+a(-\frac{2a}{3})+b\right]+b-\frac{a^2}{3}$$，令 $\sqrt{a^2-3b}=t\geq 0$，所求為

$$=-\frac{2\sqrt{a^2-3b}}{3}\left[\frac{2(3b-a^2)}{9}\right]+\frac{3b-a^2}{3}$$

$A-B+C=-\frac{2}{3}t\times(\frac{-2t^2}{9})+\frac{-t^2}{3}=\frac{4t^3}{27}-\frac{t^2}{3}$，一階導數 $\frac{4}{9}t^2-\frac{2}{3}t=0$ 時，$t=0$ 或 $t=\frac{3}{2}$，所以最小值發生在 $t=\frac{3}{2}$，此時最小值為 $-\frac{1}{4}$。

【另解】令 $x'=x+\frac{a}{3}$，可將 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 水平移動為 $f(x)=x^3+dx+e$，

因 $f(x)$ 有極大與極小值，所以 $f'(x)=3x^2+d$ 有兩解，設 $d=-3t^2$，則 $f'(x)=0$ 解即為 $x=\pm t$， $f(x)=x^3-3t^2x+e$。

因平移不影響函數最大與最小值，所以極大值 $A=f(-t)$，極小值 $B=f(t)$。

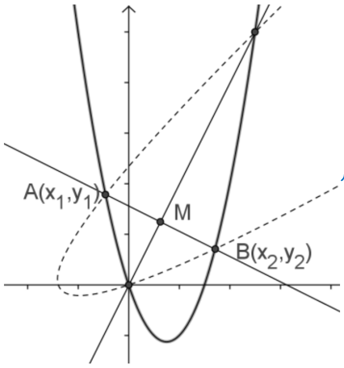
所求 $A-B+C=\left[-t^3+3t^3+e\right]-\left[t^3-3t^3+e\right]+(-3t^2)=4t^3-3t^2$，一階微分

$12t^2-6t=0$， $t=0,\frac{1}{2}$，因此最小值發生在 $t=\frac{1}{2}$，此時最小值為 $-\frac{1}{4}$。

1	正數 x,y 滿足 $ax+by\le 1$，其中 $(\log a)^2+2\log b=1$，若 xy 之最大值為 M，則 M 之最小值為？ 【解答】$\frac{1}{40}$ 【詳解】給定一組正數 (a,b)，由算幾不等式 $\frac{1}{2}\ge\frac{ax+by}{2}\ge\sqrt{axby}\Rightarrow\frac{1}{4}\ge axby$， $xy\le\frac{1}{4ab}$，可知 xy 最大值 $M=M(a,b)=\frac{1}{4ab}$。 限制 $(\log a)^2+2\log b=1$，求 $\frac{1}{4ab}$ 最小值。 將 M 取對數 $\log M(a,b)=\log\frac{1}{4ab}=-\log 4-\log a-\log b$，將 $\log b=\frac{1-(\log a)^2}{2}$ 代入， 可得 $\log M=-\log 4-\log a-\frac{1-(\log a)^2}{2}=\frac{1}{2}(\log a)^2-\log a+(-\frac{1}{2}-\log 4)$，微分或配方 法可知當 $\log a=1$時，$\log M$ 有最小值 $-1-\log 4$，所以 $M=40^{-1}=\frac{1}{40}$。	104 新竹女中	1 6		A0064

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>設拋物線 $y=x^2-3x$ 上任異相異兩點 A、B，都不對稱於直線 $y=kx$，則 k 之最大值為？

【解答】$\frac{1}{3}$

【詳解】

當存在 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 對稱於 $y=kx$，則直線 AB 方程式可寫為 $y=-\frac{1}{k}x+c$。

因直線 AB $y=-\frac{1}{k}x+c$ 交 $y=x^2-3x$ 於 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，可知

$\begin{cases} y=x^2-3x \\ y=-\frac{1}{k}x+c \end{cases} \Rightarrow x^2+(\frac{1}{k}-3)x-c=0$，$x_1+x_2=3-\frac{1}{k}$，AB 中點 $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ 落在 $y=kx$ 上，可知 $\frac{y_1+y_2}{2}=k\frac{x_1+x_2}{2}$，利用這兩個關係式將 c 換成 k 來表示。

因 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 在 $y=-\frac{1}{k}x+c$ 上，$\begin{cases} y_1=-\frac{1}{k}x_1+c \\ y_2=-\frac{1}{k}x_2+c \end{cases} \Rightarrow y_1+y_2=-\frac{1}{k}(x_1+x_2)+2c$

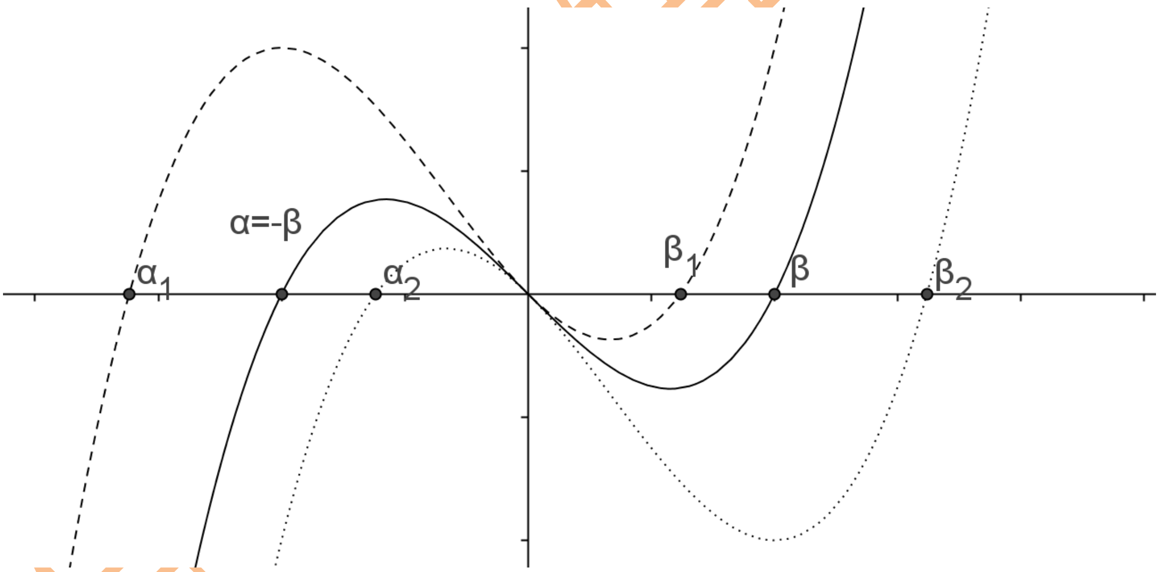
可知 $c=\frac{1}{2}\left[(y_1+y_2)+\frac{1}{k}(x_1+x_2)\right]=\frac{1}{2}\left[(k+\frac{1}{k})(x_1+x_2)\right]=\frac{1}{2}(k+\frac{1}{k})(3-\frac{1}{k})$。

當任異相異兩點 A、B，都不對稱於直線 $y=kx$，代表 A、B 兩點不存在或不相異，也就是 $x^2+(\frac{1}{k}-3)x-c=0$ 無兩相異實數解。將 $c=\frac{1}{2}(k+\frac{1}{k})(3-\frac{1}{k})$ 代入求判別式

$D\le 0$，$D=(\frac{1}{k}-3)^2+4\cdot\frac{1}{2}(k+\frac{1}{k})(3-\frac{1}{k})\le 0$

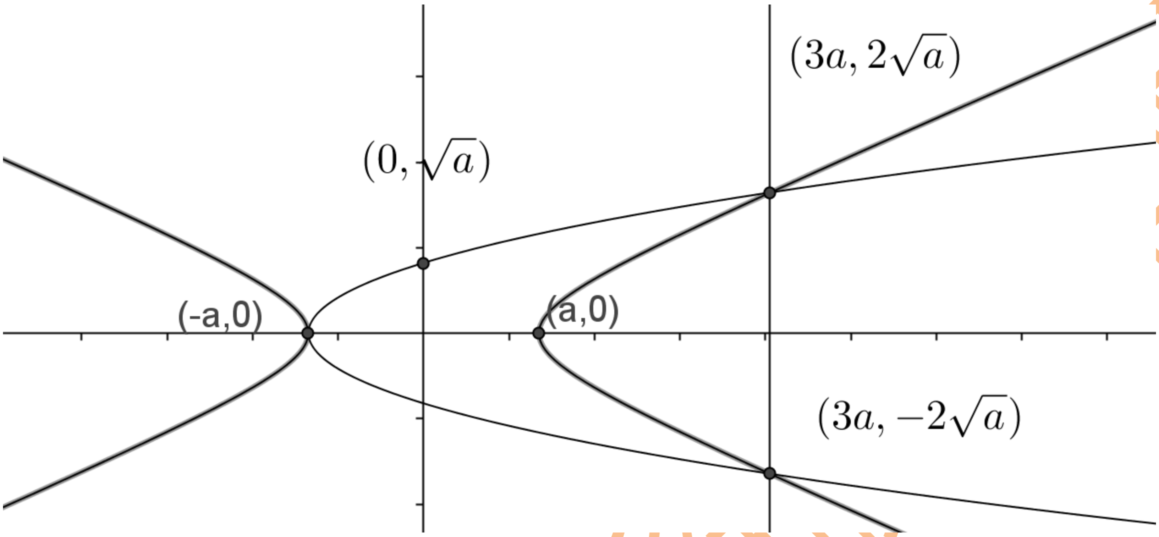
$\Rightarrow(\frac{1}{k}-3)\left[(\frac{1}{k}-3)-2(k+\frac{1}{k})\right]\le\Rightarrow(\frac{1-3k}{k})\left[\frac{-2k^2-k-3}{k}\right]\le 0\Rightarrow\frac{(3k-1)(2k-3)(k-1)}{k^2}\le 0$

可得 $-\frac{1}{2}\le k\le\frac{1}{3}\vee k\le -1$，故最大值為 $\frac{1}{3}$。</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>1
7</td>
<td></td>
<td>A
0
0
6
5</td>
</tr>
</table>

1	設實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $x^2 f(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{1}{2}ax^4-\frac{1}{3}x^3+2\int_0^x tf(t)dt$，$f(0)=0$，若曲線 $y=f(x)$ 與 x 軸所圍成的區域面積記為 $S(a)$，則 $S(a)$ 之最小值為？ 【解答】$\frac{1}{2}$ 【詳解】對 $x^2 f(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{1}{2}ax^4-\frac{1}{3}x^3+2\int_0^x tf(t)dt$ 兩邊微分，可得 $2xf(x)+x^2 f'(x)=3x^4+2ax^3-x^2+2\left[xf(x)\right]$，可知 $f'(x)=\frac{3x^4+2ax^3-x^2}{x^2}=3x^2+2ax-1$，因此設 $f(x)=x^3+ax^2-x+c$。 又 $f(0)=0$，所以可知 $f(x)=x^3+ax^2-x$。 設 $f(x)=x^3+ax^2-x=x(x^2+ax-1)$ 三根為 $0,\alpha,\beta$，所求 $S(a)$ 為與 x 軸所圍成的區域面積有兩塊 $=\left\|\int_\alpha^0 f(x)dx\right\|+\left\|\int_0^\beta f(x)dx\right\|=\int_\alpha^0 f(x)dx+\int_\beta^0 f(x)dx$，由於三次方程式對稱於反曲點，所以此面積最小值發生在 x 軸通過反曲點時，此時兩根對稱於 $x=0$，可知 $\alpha+\beta=-a=0\Rightarrow a=0$，$f(x)=x^3-x$，$\min S(a)=2\left\|\int_0^1 x^3-xdx\right\|=\frac{1}{2}$  	104 新 竹 女 中	1 8		A 0 0 6 6

<table>
<tr>
<td>1</td>
<td>設雙曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{2y^2}{a}=1$ 與拋物線 $x=y^2-a$ 圍成區域為 M，其中 $a>0$，則由 M 繞 x 軸旋轉所得到的旋轉體之體積為 ？

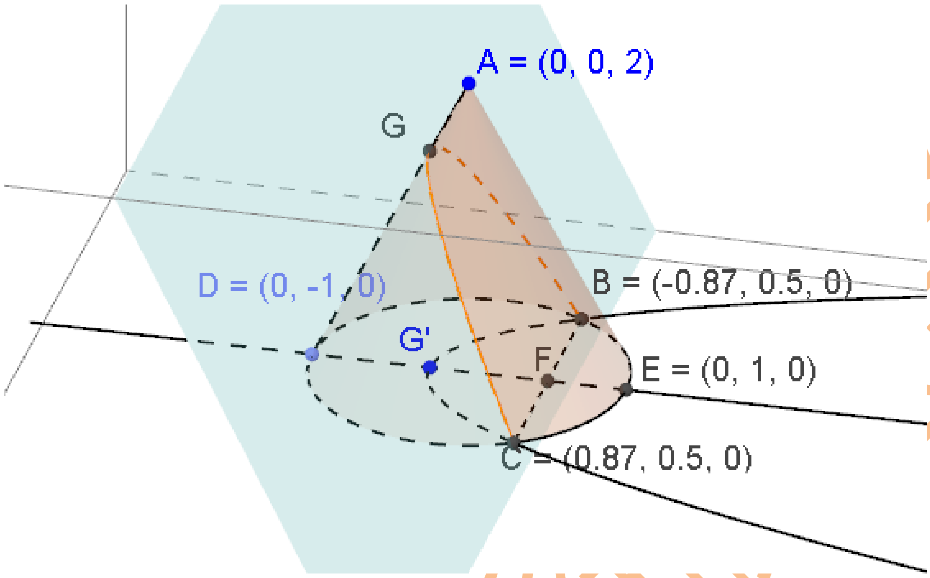
【解答】$\dfrac{14}{3}\pi a^2$

【詳解】


如圖，求出雙曲線頂點為 $(a,0),(-a,0)$，拋物線頂點為 $(-a,0)$，與 y 軸交於 $(0,\pm\sqrt{a})$ 。

解聯立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{2y^2}{a}=1\\ x=y^2-a\end{cases}$，可知雙曲線與拋物線交於 $(3a,\pm2\sqrt{a})$ 。

旋轉體體積 $V=\pi\int_{-a}^{3a}[x+a]dx-\pi\int_{a}^{3a}\dfrac{x^2-a^2}{2a}dx=\pi\left[8a^2-\dfrac{10}{3}a^2\right]=\dfrac{14}{3}\pi a^2$</td>
<td>104
新
竹
女
中</td>
<td>1
9</td>
<td></td>
<td>A
0
0
6
7</td>
</tr>
</table>

1	設 $A(0,0,2)$，P 為 xy 平面上圓 $C: x^2+y^2=1$ 上之動點，若直線 AP 與平面 $E: 2y+z-1=0$ 交於 Q，已知 Q 點在 xy 平面上投影之軌跡為拋物線 Γ，則 Γ 頂點之空間坐標為？ 【解答】$(0,-\frac{1}{4},0)$ 【詳解】 如上圖，可知 $\overline{AP}$ 形成一個圓錐的側面，與平面 $2y+z-1=0$ 相交的點 Q 所形成的軌跡為拋物線 Γ_0，投影在 xy 平面上為拋物線 Γ。 設平面 E 與圓 $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$ 交於 B、C 兩點，可知兩點坐標為 $(\pm\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0)$，所以拋物線 Γ_0 的對稱軸投影後會垂直平分 $\overline{BC}$，如圖，可知對稱軸投影後落在直線 $\overline{DF}$，$D(0,-1,0), F(0,1,0)$，設拋物線頂點為 G，因 G 在 $\overline{DF}$ 上，可設參數式為 $G(0,-1+t,2t)$，代入 $E: 2y+z-1=0$，可知 $t=\frac{3}{4}$，座標點 $G(0,-\frac{1}{4},\frac{3}{2})$，投影點為 $(0,-\frac{1}{4},0)$。	104 新 竹 女 中	2 0			A 0 0 6 8