

臺北市立大安高級工業職業學校 104 學年度第 1 次教師甄選
數學科 筆試試題卷

- 作答說明：1. 請在彌封之答案卷上標明題號依序作答，答案卷上不得書寫姓名或作任何記號。
2. 全卷限用藍色或黑色單一顏色筆作答。
3. 作答時間 90 分鐘。
4. 本試題滿分 100 分，依以下題型計分。
5. 交卷時請將試題卷與答案卷一併繳交。
6. 請於所發放的答案卷內完成作答，不加發答案卷。

一. 計算題(共 12 題，每題 5 分，總計 60 分)

1. 設 a, b, c 為正實數，且 $a + b + c = 1$ ，則 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2}$ 的最小值為何？
2. 設 $S = \{a, b, c, d\}$ ，若 S 之所有子集合的元素總和為 2008，則 $a + b + c + d = ?$
3. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ，則試求 $A^4 - A^3 - 18A^2 + A + 6I_2 = ?$
4. 設方程式 $x^4 - x^3 - 4x^2 + 3x + k = 0$ 有兩根和為 1，則 $k = ?$
5. 設 $f(x) = \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$ ， $f(\alpha) = \frac{2}{3}$ ， $f(\beta) = \frac{1}{2}$ ，則 $f(\alpha + \beta) = ?$
6. 由 $A(-3, 3)$ 發射出來的光線經過 x 軸上之鏡面反射後，恰與圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ 相切，則反射後之切線方程式為何？
7. 在某一島上有 Dada 族和 Anan 族二個族群。Dada 族說實話的機率為 $\frac{7}{10}$ ；Anan 族說實話的機率為 $\frac{9}{10}$ 。今一袋中有 3 顆白球與 7 顆黑球，自袋中取出一球，並從這 2 個族群中各挑一人來看球，若此 2 人都說是白球，則此球確實是白球的機率為多少？
8. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一數列，其中 $a_1 = 0$ ， $a_2 = 1$ ， $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$ ($n \geq 3$)，則試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$
9. 設 $\angle A, \angle B, \angle C$ 為 $\triangle ABC$ 三內角，試求 $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = ?$
10. 設 $p, q, \frac{2p-1}{q}, \frac{2q-1}{p}$ 均為整數，且 $p \geq q > 1$ ，則 $p + q = ?$
11. 設實係數 x 的多項式 $f(x)$ 滿足下列性質： $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)(x-2)} = -4$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)(x-3)} = 5$ ， $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-3)(x-1)} = 10$ ，求最低次的多項式 $f(x) = ?$
12. 設 x, y, z 為實數，求 $\frac{x-3y+z}{\sqrt{x^2+3y^2+z^2}}$ 的最大值是多少？

二、教材教法問答題(共 4 題，每題 10 分，總計 40 分)

1. 學生在學習「空間」概念時，經常詢問以下的問題。請寫出正確答案，並依(A)~(E)的順序向學生詳細講解?(請提出有效的教學策略)

題目:下列有關空間的敘述，哪些是正確的?

- (A) 過已知直線外一點「恰有」一平面與直線平行。
- (B) 過已知直線外一點「恰有」一平面與直線垂直。
- (C) 過已知平面外一點「恰有」一直線與此平面平行。
- (D) 過已知平面外一點「恰有」一平面與此平面平行。
- (E) 過已知平面外一點「恰有」一平面與此平面垂直。

2. 在「排列組合」的學習歷程中，學生思考時容易混淆下列(A)~(D)四種狀況。請寫出正確答案，並請問您將如何依序向學生詳細講解?(請提出有效的教學策略)

題目:

- (A) 5 件不同物品，任意放入 3 個不同箱子中，方法有幾種? _____ 種。
- (B) 5 件不同物品，任意放入 3 個相同箱子中，方法有幾種? _____ 種。
- (C) 5 件相同物品，任意放入 3 個不同箱子中，方法有幾種? _____ 種。
- (D) 5 件相同物品，任意放入 3 個相同箱子中，方法有幾種? _____ 種。

3. 學生在回答以下問題時，錯誤率很高，請問您如何做解題示範，當中所運用的教學策略為何?請寫出正確答案，並說明所引用的積分概念。

題目:求曲線 $4y = x^2$ 與 $x - 4y + 2 = 0$ 所圍成的區域面積 = _____。

4. 以下試題若使用一般程序解題較為繁瑣，學生經常詢問其他解法。請寫出正確答案，並提供兩種不同的解法來向學生詳細講解。

題目:自點 $P(2,4)$ 對圓 $O:(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$ 作切線，求切點的 x 坐標為_____。