

臺北市立松山家商99學年度第2次教師甄選初試

數學 科試題卷

一、填充題：(每題6分，共72分)

1. $|\vec{a}| = |\vec{b}| \neq 0$ ，若 $|\vec{a} + \vec{b}| - |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2} |\vec{a}|$ ，則 \vec{a} 、 \vec{b} 之夾角 = _____。
2. 設 10 階方陣 $A = [a_{ij}]_{10 \times 10}$ ，其中 $a_{ij} = 2i + j^2$ ，則 A 中之所有位元的總和 = _____。
3. 設 $\alpha, \beta \in R$ ，且方程組
$$\begin{cases} (1-\alpha)x + 7y = 1 \\ x + y + \alpha z = \beta \\ 2\alpha y + z = 0 \end{cases}$$
 有兩組以上的解，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。
4. 試求出 $xyz^3 = 144$ 的正整數解中， x 有 _____ 種可能。
5. 已知數列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \dots$ ，則它的前 100 項之和 = _____。
6. 小如擲兩個公正骰子，若和為 7 時可得 100 元，並可續投；若又擲點數和為 7 可得 100 元，再續投，否則停止，則小如擲骰子的獎金期望值 = _____。
7. 設圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ 及直線 $x - 6 = 0$ ，有一動圓與圓 C 及直線均相切，則此圓圓心軌跡方程式為 _____。
8. 設函數 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6(a-1)x - 4$ 的圖形與 x 軸正向相切，且在切點處 $f(x)$ 有極小值，求 a 值 = _____。
9. 設 $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$ ， x 為任意實數，則 $f(x)$ 之範圍為 _____。
10. 設 $(2 \sin \theta - 1)(\sqrt{2} \cos \theta + 1) > 0$ ，且 $0 \leq \theta < 360^\circ$ ，則 θ 範圍為 _____。
11. 有學生 10 人 (甲，乙...癸)，其期考數學成績與該學期數學課缺課數，如下表所示，設兩者的相關係數 r ，則 $r =$ _____。(化簡至小數第二位)

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
缺課數	1	2	3	3	4	3	5	6	3	0
成績	100	90	90	80	70	70	60	90	80	100

12. 中心為 $(-1, 3)$ ，實軸長為 8 且平行 x 軸，一漸近線斜角為 30° ，則此雙曲線方程式為 _____。

二、計算證明題：(共 28 分)

1. 某社區有三家錄影帶店，根據調查，目前向 A 店租片的人有 60% 明年繼續向 A 店租片，有 30% 會改向 B 店租片，有 10% 會改向 C 店租片；而目前向 B 店租片的人有 40% 明年繼續向 B 店租片，有 30% 會改向 A 店租片，有 30% 會向 C 店租片。目前向 C 店租片的人有 50% 明年繼續向 C 店租片。有 40% 與 10% 會分別轉向 A 店及 B 店租片。若目前 A, B, C 三家市場佔有率分別為 30%, 20%, 50% 且客戶人數不變，則

(1) 寫出其轉移矩陣。(4 分)

(2) 視一個觀察期為一年，令 $P^{(n)}$ 表 n 個觀察期後的市場佔有率，求 $P^{(2)}$ 。(4 分)

(3) 若市場佔有狀況會趨於穩定，其穩定狀態為何？(4 分)

2. 試求函數 $f(x) = |x^3 - 12x|$ 在閉區間 $[-4, 4]$ 的最大值與最小值為何？(8 分)

3. 令 R 表函數 $y = f(x) = x^2$ 由 a 到 b ($0 < a < b$) 圖形下與 x 軸間的區域，

試證：對於區間 $[a, b]$ 之任意分割，則下和 $(L_n) < \frac{b^3 - a^3}{3} <$ 上和 (U_n) 。(8 分)

臺北市立松山家商99學年度第2次教師甄選初試

數學 科答案卷

一、填充題：(每題 6 分，共 72 分)

1.	2.	3.	4.
30°	4950	$(2, -1)$	21
5.	6.	7.	8.
$\frac{97}{2}$	20 元	$\begin{cases} y^2 = 64 - 16x \\ y^2 = 16 - 8x \end{cases}$	3
9.	10.	11.	12.
$-1 \leq f(x) \leq 1$	$30^\circ < \theta < 135^\circ$ $150^\circ < \theta < 225^\circ$	-0.93	$\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{3(y-3)^2}{16} = 1$

二、計算證明題：(共 28 分)

1. (1) $\begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}$; (2) $\begin{bmatrix} 0.466 \\ 0.254 \\ 0.280 \end{bmatrix}$; (3) $A = \frac{28}{58}$, $B = \frac{16}{58}$, $C = \frac{15}{58}$

2. 最大值=16，最小值=0

3. 略