

2014 "希望杯" 數學邀請賽 【初試】

請不要翻到次頁！
閱讀完本頁作答說明，並聽從監試委員的指示再開始作答！

測驗說明

題本採雙面印刷，題目共 25 題，每題都只有一個正確或最佳的答案。測驗時間從 9:00 到 10:30，共 90 分鐘。作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項

1. 可利用題本中空白部份計算，切勿在答案卡上計算。
2. 答案卡上不得做任何記號。答案卡若汙損或損壞，本測驗不予計分。
3. 開始作答前，請先填寫答案卡上方個人資料，並畫記參加年級及准考序號，再開始作答。若未填寫或畫記清楚者，不予計分

作答方式

請依照題意解出答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。

例如答案為 5，則將 [5] 塗黑、塗滿，即：[1][2][3][4]■[6][7][8][9][0]

1. 手寫欄的部分用原子筆或鋼筆填寫。
2. 請用 HB 或 2B 鉛筆畫記清楚年級和准考序號欄位 []，再開始作答。
3. 畫線要粗黑、清晰、塗滿格不可出格，用橡皮擦拭要清潔，若畫線過輕或汙損不清使機器無法識別，由考生自行負責。

正確：■ 錯誤：

範例：

題 1. 計算： $21.49 + 52.37 - 0.4 + 5.51 - 11.37 - 5.6 =$ ① ②。

計算答案為 62

則①塗滿 [6]，②塗滿 [2]，如下圖

答題欄	
①	[1][2][3][4][5]■[7][8][9][0][-[±]
②	[1]■[3][4][5][6][7][8][9][0][-[±]
③	[1][2][3][4][5][6][7][8][9][0][-[±]
④	[1][2][3][4][5][6][7][8][9][0][-[±]
⑤	[1][2][3][4][5][6][7][8][9][0][-[±]

若本試卷標示①~④⑧，則需依序畫記 48 個
 每① [1][2][3][4][5][6][7][8][9][0][-[±]
 僅需畫記一格，切勿重複畫記。

一、選擇題

1. $\frac{1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 97^2 - 98^2 + 99^2 - 100^2}{1+2+3+4+5+6+\dots+97+98+99+100} = \underline{\text{①}}$ 。

- (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2

2. 在下列圖形中，恰有三條對稱軸的是 ②。

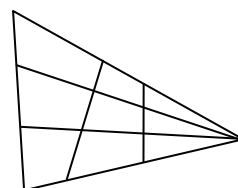
- (1) 平行四邊形 (2) 圓 (3) 等邊三角形 (4) 正方形

3. 已知 a, b, c, d 都是有理數，則下列說法中正確的是 ③。

- (1) 若 $a > b > c$ ，則 $ab > bc$ (2) 若 $a < b$ ，則 $-ac^2 > -bc^2$
 (3) 若 $a > c, b > d$ ，則 $a+b > c+d$ (4) 若 $a > c, b > d$ ，則 $ab > cd$

4. 數一數，圖中四邊形的個數是 ④。

- (1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18

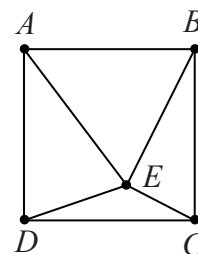


5. 不等式 $(x-7)(x+2) < 0$ 的整數解的個數是 ⑤。

- (1) 8 (2) 6 (3) 10 (4) 0

6. As shown in the fig. 2, point E is in the square $ABCD$. If $AB = 30$, $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle BCE}$, $S_{\triangle AED} = 3S_{\triangle CDE}$, then $S_{\triangle CDE} = \underline{\text{⑥}}$ 。

- (1) 225 (2) 150 (3) 90 (4) 75



7. 若 $a+b+c=0$ ，則 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|ab|}{ab} + \frac{|ac|}{ac} + \frac{|bc|}{bc} + \frac{|abc|}{abc}$ 的值為 ⑦。

- (1) -7 (2) -1 (3) 1 (4) 7

8. 若 A 和 B 都是 6 次多項式，則 ⑧

- (1) $A-B$ 一定是多項式 (2) $A-B$ 是次數不低於 6 的整式
 (3) $A+B$ 一定是單項式 (4) $A+B$ 是次數不高於 6 的整式

9. 若實數 x, y, z 滿足 $|x+z| + (x-y)^2 = 0$ ，則 $\left(\frac{x}{z}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2$ 的值為 ⑨。

- (1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) 0

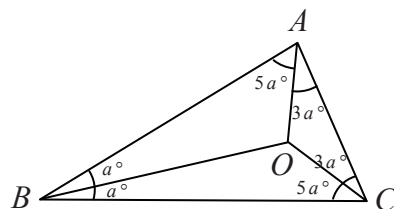
10. 已知長方體的長、寬、高都是整數公分，將長、寬、高都增加 1 公分後，長方體的表面積可能增加 ⑩

- (1) 14 平方公分 (2) 103 平方公分 (3) 214 平方公分 (4) 400 平方公分

二、A 組填充題

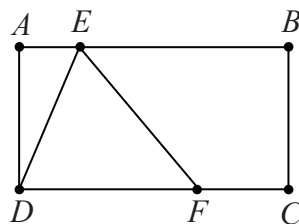
11. If $2014x - 20.14 = 20.14x - 2014$, then $x = \underline{\quad(11)\quad}$ 。

12. 如圖， O 是 $\triangle ABC$ 內的一點，部分角的度數如圖所示，
則 $\angle AOC = \underline{\quad(12)(13)(14)\quad}$ 。



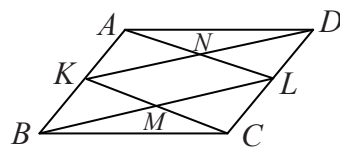
13. 已知 $y = ax + b$ ，當 $x = 1$ 時， $y = 3$ ，當 $x = 2$ 時， $y = 7$ ，當 $x = 3$ 時， y 的值為 $\underline{\quad(15)(16)\quad}$ 。

14. 如圖，四邊形 $ABCD$ 是長方形，點 E 、 F 分別在邊 AB 、 CD 上，
若 $\triangle AED$ 、 $\triangle DEF$ 、四邊形 $BCFE$ 的面積比是 $1:3:5$ ，
則 $AE:EB = \underline{\quad(17):(18)\quad}$ 。

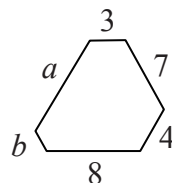


15. 做一個萬聖節南瓜燈，已知甲和乙一起做需要 3 小時，乙和丙一起做需要 4 小時，
甲和丙一起做需要 5 小時，那麼甲、乙、丙三人一起做需要 $\frac{\quad(19)\quad(20)\quad(21)\quad}{\quad(22)\quad(23)\quad}$ 小時。

16. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 面積是 4，
 K 和 L 分別是 AB 和 CD 的中點，
 AL 與 KD 交於點 N ， BL 與 KC 交於點 M ，
則四邊形 $KNLM$ 的面積是 $\underline{\quad(24)\quad}$ 。

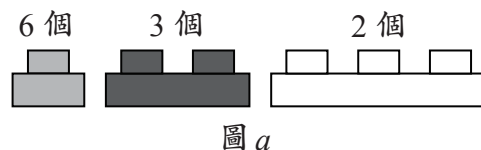


17. 如圖，一個六邊形的內角都相等，其中四條邊的長分別是 3、7、4、8，則另外兩條邊長的和 $a+b$ 等於 $\underline{\quad(25)(26)\quad}$ 。



18. 方程 $\frac{x}{2 \times 4} + \frac{x}{4 \times 6} + \frac{x}{6 \times 8} + \cdots + \frac{x}{2012 \times 2014} = \frac{503}{1007}$ 的根 $x = \underline{\quad(27)\quad}$ 。

19. 現有 1 個頭，2 個頭，3 個頭的 LEGO (樂高) 積木
如圖 a ，其中 3 個頭的有 2 個，2 個頭的有 3 個，
1 個頭的有 6 個。用這些積木從左向右擺成有 6 個頭
的長條，如圖 b 的 1, 2, 2, 1 是其中的一種擺放方式，
那麼不同的擺放方式一共有 $\underline{\quad(28)(29)\quad}$ 種。



20. 若三位數 \overline{abc} 能被 5 整除，但不能被 6, 7 整除；
三位數 \overline{cba} 能被 6 整除，但不能被 5, 7 整除；
三位數 \overline{cab} 能被 7 整除，但不能被 5, 6 整除，
則 $\overline{abc} = \underline{\quad(30)(31)(32)\quad}$ 。

三、B 組填充題

21. “大黃鴨”的單價是 100 元，五個一盒的套裝為 440 元，

若逐個購買，從買第 3 個起依次打 9 折

(即前兩個按原價出售，第 3 個是原價的 9 折，第四個是第 3 個售價的 9 折，以下類推)，則買五個“大黃鴨”比買一盒套裝便宜 — (33)(34) — 元；

若從買第 3 個起依次打 8 折

(即前兩個按原價出售，第 3 個是原價的 8 折，第四個是第 3 個售價的 8 折，以下類推)，則買五個“大黃鴨”比買一盒套裝便宜 — (35)(36)(37) — 元。

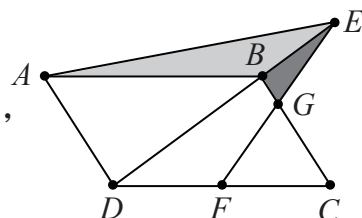
22. 從 $-4, -2, -1.5, -0.5, 0, 2.5, 3$ 中任意選出幾個做乘法，乘積的最大值是 — (38)(39) —，最小值是 — (40)(41) —。

23. 如圖，點 E 是平行四邊形 $ABCD$ 對角線 DB 延長線上的一點，

且 $DB = 2BE$ ， F 是 DC 的中點， EF 交 BC 於點 G 。

若平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 20，則 $\triangle AEB$ 的面積是 — (42) —，

$\triangle BEG$ 的面積是 $\frac{\textcircled{43}}{\textcircled{44}}$ 。



24. 若正整數 a, b 滿足 $\frac{3}{4} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5}$ ，且 $a+b$ 最小，則 $a = \textcircled{45}$ ， $b = \textcircled{46}$ 。

25. 設 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2013^2 + 2014^2$ 被 3 除的餘數是 m ，而被 5 除的餘數是 n ，

則 $m+n = \textcircled{47}$ ， $\frac{(m-1)^{2014} - 1007m}{31m + 2013n - 1} = \textcircled{48}\textcircled{49}$ 。