

**國立臺中文華高級中學九十九學年度第二次教師甄選
數學科測驗題部份題目暨解答**

一、填充題(每題 5 分，共 80 分)

1. $\triangle ABC$ 內有一點 P ，滿足 $3\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ ，且 \overrightarrow{AP} 交 \overline{BC} 於 D ，若 $\overrightarrow{AD}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$ ， $a, b \in \mathbf{R}$ ，則數對 $(a,b)=$ _____。
2. 設 $L_1: \frac{x-11}{4}=\frac{y+5}{-3}=\frac{z+7}{-1}$ 與 $L_2: \frac{x+5}{3}=\frac{y-4}{-4}=\frac{z-1}{-2}$ ，則 L_1 與 L_2 的距離為_____。
3. 一雙曲線的中心 $(1, -2)$ ，貫軸平行 y 軸，漸近線與貫軸夾角 30° ，中心到焦點距離為 1，則此雙曲線方程式為_____。(請以標準式表之)
4. 一厚度超過 5 的水平放置木板上，穿有一邊長為 10 的正三角形的洞，今將半徑 5 的硬球放入正三角形，則木板上球的高度為_____。
5. 若空間中有四點 $A(0, 1, 0)$ ， $B(4, 6, 3)$ ， $C(1, 2, 1)$ ， $D(1, -2, -3)$ ，若包含 \overline{AB} 且平分四面體 $ABCD$ 體積之平面方程式為 $2x+by+cz+d=0$ ，則 $b+c+d=$ _____。
6. 某人擲二骰子，若擲出之點數和為 9 時，可得 100 元，並得繼續投擲之權利，若第二回又擲出 9 點，則又可得 100 元，並得繼續投擲，將此方法反覆進行，則此人所得之期望值為_____。
7. 空間中，設兩定點 $A(1, 2, 0)$ ， $B(1, -1, \sqrt{3})$ ，動點 P 在 x 軸上， $\angle APB = \theta$ ，滿足 $0 \leq \theta \leq \pi$ ，試求 θ 的最大值_____。
8. 以正 12 邊形的 12 個頂點中，任意三個頂點所形成的直角三角形共有 a 個，鈍角三角形有 b 個，等腰三角形有 c 個；則 $2a+b-c=$ _____。
9. 已知 $\begin{cases} x+y+z=5 \\ x^2+y^2+z^2=13 \\ x^3+y^3+z^3=41 \end{cases}$ ，求 $x^4+y^4+z^4=$ _____。
10. 99^{2010} 除以 17 的餘數為_____。
11. 三角形 ABC ，其中 $\overline{AB}=7, \overline{BC}=8, \overline{CA}=9$ ，內切圓與三邊切點為 D, E, F ，求 $\frac{\triangle DEF \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}}=$ _____。

12. 求值： $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} =$ _____

13. 袋中有 3 紅球，4 白球，2 黑球，今從袋中任意取球，每次一球，取後不放回，則紅球先取完之機率為_____

14. 設 $f(x)$ 為三次式，若 $f(23) = 5$ ， $f(24) = 6$ ， $f(25) = 25$ ， $f(26) = 44$ ，則 $f(x)$ 除以 $x - 22$ 之餘式為_____

15. 已知 $\begin{cases} \sin A + \sin B = \frac{1}{3} \\ \cos A + \cos B = 1 \end{cases}$ ，求 $\cos(A-B) + \sin(A+B) =$ _____

16. $a, b, c, d, e, f \in R$ ，已知 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 = 50$ ，求 $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$ 的最大值_____

答案：

| | | | | | | | |
|----|------------------------------|----|------------------------|----|-------------------------------------|----|---------------------------|
| 1 | $(\frac{5}{9}, \frac{4}{9})$ | 2 | $\frac{43}{\sqrt{78}}$ | 3 | $\frac{4}{3}(y+2)^2 - 4(x-1)^2 = 1$ | 4 | $5 + \frac{5\sqrt{6}}{3}$ |
| 5 | 9 | 6 | 12.5 元 | 7 | 120 度 | 8 | 188 |
| 9 | 137 | 10 | 8 | 11 | $\frac{5}{21}$ | 12 | $\frac{-3}{8}$ |
| 13 | $\frac{32}{105}$ | 14 | 40 | 15 | 7/45 | 16 | 75 |