

一、填充題（每題 8 分，共 64 分）

1.  $\triangle ABC$  中，三個內角滿足關係式  $\frac{\sin A}{\sqrt{68}} = \frac{\sin B}{\sqrt{3}} = \frac{\sin C}{\sqrt{75}}$ ，則  $\sin 2A =$   
 $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ 。
2. 不等式  $\log_{3x+4} x^2 < 1$  的解為  $-\frac{4}{3} < x < 4$  但  $x \neq 0, -1$ 。
3. 拋物線的對稱軸是  $x-1=0$ ，頂點在直線  $x+y+1=0$  上，若此拋物線與  $x$  軸之兩交點間的距離為 6，則拋物線方程式為  $y = \frac{2}{9}(x-1)^2 - 2$ 。
4. 將  $1, 2, 3, \dots, 52$  這 52 個正整數排成一個數列  $\langle a_n \rangle$ ，使其中第一個大於  $a_{16}$  的項是  $a_{36}$ ，則這樣的數列共有  $C_{36}^{52} (34)! (16)!$  個。
5. 一個球的內接正方體體積為 27，則這個球的體積為  $\frac{27\sqrt{3}}{2}\pi$ 。
6. 求  $\frac{1}{2^{100}} (3^{50} - 3^{49} C_2^{100} + 3^{48} C_4^{100} - 3^{47} C_6^{100} + \dots - 3 C_{98}^{100} + C_{100}^{100})$  的值為  $-\frac{1}{2}$ 。  
 ( $C_k^n$  表示從  $n$  個物件中取  $k$  個的組合數)
7. 設  $a, b, c$  為方程式  $2x^3 + 4x^2 + 6x - 1 = 0$  的三個根，求行列式

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

的值为  $-8$ 。
8. 設  $a, b, c$  為非負實數，滿足  $9^{\sqrt{4a+7b+5c}} - 738 \times 3^{\sqrt{4a+7b+5c}} + 6561 = 0$ ，若  $a+b+c$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則  $(M, m) = (9, \frac{4}{7})$ 。