

國立竹東高級中學 103 學年度第一次教師甄試數學科參考答案

3. 試判斷下列極限是收斂或發散？並說明理由

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}) \rightarrow \infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}) = e \quad (10\%)$$

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{CA} = 15$ ， P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，試求 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$

的最小值為何？ $\sqrt{295 + 168\sqrt{3}}$

(10%)

(15%)

8. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 的平分線交 \overline{BC} 於 D ，試證： $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB} \times \overline{AC} - \overline{BD} \times \overline{DC}}$ 。 (10%)

9. 已知一長方體共有四條空間對角線，這四條對角線共點且每兩條對角線有一個銳角的夾角。
若有一長方體的三稜長分別為 1, 2, 3，試求這些銳夾角中最小的角度，以及這些銳夾角的和。

(10%)

$$(1) \cos^{-1} \frac{6}{7} \quad (2) 2(\cos^{-1} \frac{6}{7} + \cos^{-1} \frac{3}{7} + \cos^{-1} \frac{2}{7})$$