

國立臺南大學附屬高級中學 103 學年度第 1 次教師甄選
數學科題目卷

10. A(3,5)、B(7,1)、C(1,0)、D(3,0)、E(0,5)、F(-2,3)與 G(-1,1)是平面上六個點，若 P 在五邊形 CDEFG 的周界上移動，求 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 的最小值_____與此 P 點座標_____。

11. 求 $\|x-3|-2|-1| + \|y-3|-2|-1| = 4$ 之圖形的面積_____與周長_____。

12. 20! 質因數分解結果是_____。

13. 求兩圓柱體 $x^2 + y^2 \leq 1$ 與 $x^2 + z^2 \leq 1$ 所共有部份體積是_____。

14. 若 $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$ ，求平面 $2x + 3y + 4z = 12$ 上一點 p 使 $f(x, y, z)$ 在該點有極小值，則 p 座標為_____，極小值為_____。

15. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(1 + \cos^2 \frac{\pi}{4n} + \cos^2 \frac{2\pi}{4n} + \dots + \cos^2 \frac{n\pi}{4n} \right) =$ _____。

二、計算證明題：25 分。請自行標題號作答。

1. $\triangle ABC$ 中，設 \overline{BC} ， \overline{AC} ， \overline{AB} 邊上的高分別為 h_a ， h_b ， h_c ，內接圓半徑為 r 。試證： $h_a + h_b + h_c \geq 9r$ (12 分)

2. 假設 $A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & -15 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 7 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ 和 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ 。

(a). 計算矩陣乘積 $D = Q^{-1}AQ$ 。(7 分)

(b). 計算矩陣極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ 。(6 分)